

EFFETS DES INTERACTIONS ELASTIQUES SUR LES PROPRIETES EFFECTIVES DES MATERIAUX MICROFISSURES

RESUME : La présente étude traite de l'évaluation du module effectif d'un matériau contenant des défauts en interaction. Les simulations numériques sont réalisées à l'aide d'une méthode intégrale de frontière. Pour une sollicitation de traction (fissures ouvertes), on montre que les interactions entre défauts peuvent être négligées. Ceci provient probablement de la nature aléatoire de la distribution spatiale des défauts. Lorsque les interactions entre défauts et contours sont prises en compte, on observe un accord des résultats avec la méthode différentielle. Dans le cas des sollicitations de compression, les interactions sont plus complexes en raison de la prise en compte du frottement ; on observe une nette anisotropie des modules. De façon générale, les résultats numériques sont dans ce cas en accord avec la méthode autocohérente.

1 INTRODUCTION

La mécanique de l'endommagement est largement reconnue comme cadre d'étude des matériaux fissurants tels les roches ou les bétons. Dans ce cadre, les propriétés élastiques des matériaux sont supposés altérées par la présence des hétérogénéités préexistantes ou induites par le chargement. L'approche phénoménologique a été jusqu'ici la plus utilisée pour la modélisation des comportements endommageables (Lemaître, 1990). Récemment de nouvelles modélisations prenant en compte la mésostructure des matériaux ont été proposées par certains auteurs tels Krajcinovic et Sumarac (1986) ou Ju (1991). Il apparaît plus particulièrement dans ces travaux que la pertinence des approches mésomécaniques dépend de façon cruciale des méthodes d'évaluation des modules effectifs des matériaux microfissurés. Dans ce contexte, le recours à l'expérimentation numérique peut apporter des éclairages intéressants. Kachanov (1987) a proposé une méthode dite de pseudo-traction pour aborder ce problème. Mais son étude se limite aux fissures ouvertes. Après un bref rappel de la méthode numérique utilisée dans cette étude, on présente et discute les résultats obtenus en traction et en compression.

2 EVALUATION NUMERIQUE DES MODULES EFFECTIFS DES MATERIAUX MICROFISSURES

Soit un volume élémentaire représentatif (VER) contenant des hétérogénéités (Hill, 1966). Le champ moyen de déformation est défini par : $\bar{\epsilon} = \bar{\epsilon}^e + \bar{\epsilon}^*$ où $\bar{\epsilon}^e$ et $\bar{\epsilon}^*$ sont respectivement la déformation élastique et la déformation inélastique induit par l'endommagement. Similairement, la compliance effective est définie par $\bar{s} = s_0 + \bar{s}^*$ où s_0 et \bar{s}^* sont respectivement la compliance élastique et la compliance induite par l'endommagement. La compliance effective relie la déformation moyenne à la contrainte moyenne $\bar{\sigma}$ par :

$$\bar{\epsilon} = \bar{s} \bar{\sigma} \quad (1)$$

Lorsque les conditions aux limites sont imposées en contraintes sur le VER, $\bar{\sigma}$ est égale à la contrainte appliquée. Dans le cas bidimensionnel la partie inélastique des déformations sont données par (Horii et Nemat-Nasser, 1983 ; Mura, 1987 ; Kachanov, 1992) :

$$\bar{\epsilon}_{ij}^* = \frac{1}{2A} \sum_k \left[\int_{l^{(k)}} (D_i n_j + n_i D_j) dl \right]^{(k)} \quad (2)$$

Le vecteur $D^{(k)}$ représente les discontinuités de déplacements sur la $k^{\text{ème}}$ microfissure ; $n^{(k)}$ est la normale extérieure à cette microfissure dont la longueur est $2 l^{(k)}$. A représente l'aire du VER. Il apparaît ainsi que le calcul de la compliance effective revient à la détermination des discontinuités de déplacements. La difficulté de ce calcul réside dans la recherche d'un tenseur de Green correspondant au problème élastique d'un solide contenant des défauts en interaction. Différentes approximations théoriques sont proposées pour la résolution de ce problème :

- a) Modèle de Taylor (NIC) supposant la non-interaction entre microfissures
- b) La méthode autocohérente (SCM) due à Hill et étendue aux milieux fissurés par Budiansky et O'Connell (1976). On suppose dans cette méthode que les microfissures baignent dans le milieu effectif recherché.
- c) La méthode différentielle (DIF) : elle est similaire à la méthode autocohérente, mais la densité de microfissures est augmentée de façon progressive (Hashin, 1988).

Dans toutes ces approximations le paramètre clé est la densité de fissures ρ définie par :

$$\rho = \frac{1}{A} \sum_{k=1}^N l^{(k)^2} \quad (3)$$

2.2 La méthode des discontinuités de déplacements pour les milieux multifissurés.

Dans cette méthode de frontière initialement proposée par Crouch (1976) en déformation plane, le domaine est discrétisé par un nombre fini d'éléments (figure 1) dont les inconnues sont les discontinuités de déplacements définies en tout point de G par :

$$D_i = u_i(x_1, 0_-) - u_i(x_1, 0_+) \quad i = n, s \quad (4)$$

La solution élastique se présente sous la forme (voir par exemple Vandamme, 1986):

$$U_i(x) = \int_G U_{ij}(x, z) D_j(z) dG \quad (5)$$

U_{ij} est la solution fondamentale associée à l'application d'un champ de déplacements discontinu unitaire D_j , imposé suivant j au point z . L'application de cette équation au cas des problèmes aux limites consiste à discrétiser le domaine en N éléments rectilignes sur lesquels les discontinuités sont supposées constantes (figure 2). En notant respectivement D_n^j et D_s^j les discontinuités normale et tangentielle, on aboutit au système d'équations (Crouch and Starfield, 1983) :

$$\left. \begin{aligned} b_s^i &= \sum_{j=1}^N C_{ss}^{ij} D_s^j + \sum_{j=1}^N C_{sn}^{ij} D_n^j \\ b_n^i &= \sum_{j=1}^N C_{ns}^{ij} D_s^j + \sum_{j=1}^N C_{nn}^{ij} D_n^j \end{aligned} \right\} \quad i = 1 \text{ à } N \quad (6)$$

Le vecteur b représente les conditions aux limites du problème, C la matrice de compliance, composée de 4 blocs. La résolution de (6) fournit les discontinuités de déplacements nécessaires à l'évaluation de la compliance effective.

3 EXPERIMENTATIONS NUMERIQUES POUR LA TRACTION :

Un générateur de microfissures aléatoires ou parallèles a été développé pour cette étude. Les paramètres de génération sont la taille et l'orientation des microfissures. Les microfissures sont générées dans un domaine d'aire unité. La figure 3 montre un exemple de distribution aléatoire. Deux types de simulation ont été effectués : sans ou avec interaction avec le contour.

Microfissures sans interaction avec le contour :

Ces simulations sont réalisées en imposant les contraintes à l'infini. La figure 4 montre la variation du module effectif avec la densité de microfissures. On observe une concordance des résultats numériques avec l'approximation de non interaction entre microfissures (NIC). L'observation précédente confirme celle de Kachanov (1992) et celle plus récente de Bertaud et al. (1994) qui ont tous utilisés une technique numérique différente (Méthode des pseudo-tractions). Des simulations similaires effectuées avec une taille constante des microfissures permettent d'aboutir aux mêmes conclusions (Renaud et al., 1995).

Effets des interactions avec le contour :

Dans ce cas, le contour du domaine est discrétisé. Les résultats obtenus (figure 5) montrent que contrairement aux cas précédents, l'accord est obtenu avec la méthode différentielle (DIF). Ceci suggère que les interactions doivent être prises en compte dans les applications en domaine borné.

Nous avons également mené des expérimentations sur des distributions de microfissures parallèles (Renaud et al., 1995). Les conclusions fournies par ces calculs sont analogues à celles obtenues pour les distributions aléatoires.

4 CAS DES SOLLICITATIONS DE COMPRESSION :

La méthode numérique développée permet de traiter le cas des microfissures fermées pour lesquelles le frottement doit être pris en compte. Un algorithme itératif spécifique a été mis au point à ce propos. Le frottement est supposé de type Coulomb. L'effet de la microfissuration est traité en termes de modification de la compliance du matériau. En notation classique de Voigt, la loi de comportement du matériau endommagé, donnant la déformation $\bar{\epsilon}_i$ en fonction de $\bar{\sigma}_j$ ($i, j = 1, 2, 3$) s'écrit : $\bar{\epsilon}_i = \bar{S}_{ij} \bar{\sigma}_j$, la compliance élastique initiale est donnée

par :
$$S_0 = \frac{1 + \nu_0}{E_0} \begin{bmatrix} 1 - \nu_0 & -\nu_0 & 0 \\ -\nu_0 & 1 - \nu_0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$
. E_0 et ν_0 sont les caractéristiques élastiques du matériau

sain. Un exemple de résultat associé à la distribution de la figure 6 est présenté sur la figure 7. On constate que les compliances présentent une anisotropie marquée. Les résultats pour \bar{S}_{11} and \bar{S}_{21} se rapprochent plus de ceux de la méthode autocohérente que de la non-interaction (calculés à partir de Horii et Nemat-Nasser, 1983). Un léger effet d'atténuation est observé pour \bar{S}_{22} et \bar{S}_{33} . Ces conclusions semblent indiquer une plus grande importance des interactions en compression.

CONCLUSIONS

La méthode numérique développée pour l'évaluation des propriétés effectives des milieux fissurés a prouvé sur les exemple montrés son efficacité. Des simulations plus complexes, notamment dans le cas de la compression sont en cours. Elles ont essentiellement pour objectif de caractériser l'état d'endommagement induit du matériau en fonction du chemin de sollicitations suivi.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Belkacemi Y., Miguez R. (1988) : Crack path propagation with or without friction by displacement Discontinuity Method. European Mechanics Colloquium, pp. 90-93. Grenoble.
- [2] Bertaud Y., Fond C., Brun P. (1994) : Effect of interactions on stiffness of cracked media. Mechanics Research Communications, Vol. 21, No 5, pp. 525-533.
- [3] Budiansky B., O'Connell R.J. (1976) : Elastic moduli of a cracked solid. Int. J. Solids & Struc., Vol. 12, pp. 81-97.
- [4] Christensen R.M., Lo K.H. (1979) : Solution for effective shear properties for three phase sphere and cylinder models. J. Mech. Phys. Solids, Vol. 27, pp. 315-330.
- [5] Christensen R.M. (1990) : A critical evaluation for a class of micromechanics models. J. Mech. Phys. Solids, Vol. 38, pp. 379-404.
- [6] Crouch S.L. (1976) : Solution of plane elasticity problems by the displacement discontinuity method. Int. J. for Num. Meth. in Eng., Vol. 10, pp. 301-343.
- [7] Crouch S.L., Starfield A.M. (1983) : Boundary element methods in solids mechanics. Ed. George Allen & Unwin (Publishers) Ltd.
- [8] Hashin Z. (1988) : The differential scheme and it's application to cracked materials. J. Mech. Phys. Solids, Vol. 36, pp. 719-734.
- [9] Hill R. (1966) : The essential structure of constitutive laws for metal composites and polycrystals. J. Mech. Phys. Solids, Vol. 15, pp. 79-95.
- [10] Horii M., Nemat-Nasser (1983) : Overall moduli of solids with microcracks load-induced anisotropy. J. Mech. Phys. Solids, Vol. 31, n° 2, pp. 155-171.
- [11] Ju J.W. and Lee X. (1991) : On three dimensional self consistent micromechanical damage models for brittle solids. Part I : Tensile loadings. J. Eng. Mech. ASCE, Vol. 117, No 7, pp. 1495-1515.
- [12] Ju J.W. and Tseng K.W. (1992) : A three dimensional statistical micromechanical theory for brittle solids with interacting microcracks. Int. J. Damage Mechanics, Vol. 1, No 1, pp. 102-131.
- [13] Kachanov M. (1987) : Elastic solids with many cracks: a simple technique of analysis. Int. J. Solids & Struc., Vol. 23, pp. 23-43.
- [14] Kachanov M. (1992) : Effective elastic properties of cracked solids: critical review of some basic concepts. Appl. Mech. Rev., Vol. 45, n° 8, pp. 304-335.
- [15] Krajcinovic D. (1989) : Damage mechanics. Mechanics of materials, Vol. 8, pp. 117-197.
- [16] Lee X. and Ju J.W. (1991) : On three dimensional self consistent micromechanical damage models for brittle solids. Part II : Compressive loadings. J. Eng. Mech. ASCE, Vol. 117, No 7, pp. 1516-1537.
- [17] Lua Y.J., Liu W.K., Belytschko T. (1992) : A stochastic damage model for the rupture prediction of a multi-phase solid. Int. J. Fract. Vol. 55, pp. 321-340.
- [18] Mura T. (1987) : Micromechanics of defects in solids (2nd Edition) Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht.

- [19] Nemat-Nasser S., Horii M. (1990) : Elastic solids with microdefects. in *Micromechanics and inhomogeneity. The T. Mura 65th anniversary*, (G.J. Weng, M. Taya, and H. Abé, eds.), Springer-verlag, pp. 297-320.
- [20] Nemat-Nasser, Horii M. (1993) : *Micromechanics: overall properties of heterogeneous materials*. Elsevier Science Publishers, 687p.
- [21] Sumarac D., Krajcinovic D. (1987) : A self-consistent model for microcracked weakened solids. *Mechanics of materials*, Vol. 6, pp. 39-52.
- [22] Vandamme L. (1986) : A three dimensional displacement discontinuity model for the analysis of hydraulic fractures. Ph.D. Dissertation, University of Toronto, Canada.

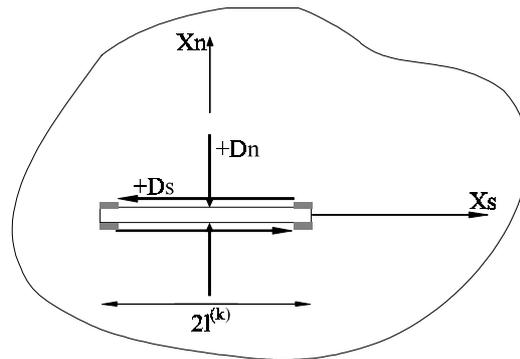


Figure 1 : Milieu infini avec une fissure. D_s and D_n sont respectivement les discontinuités tangentielle et normale.

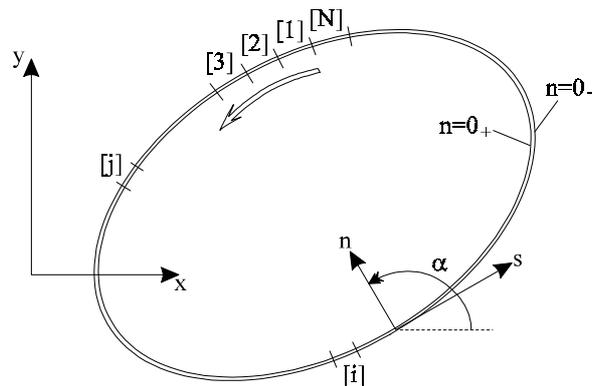


Figure 2 : Discrétisation d'un milieu fini en MDD.

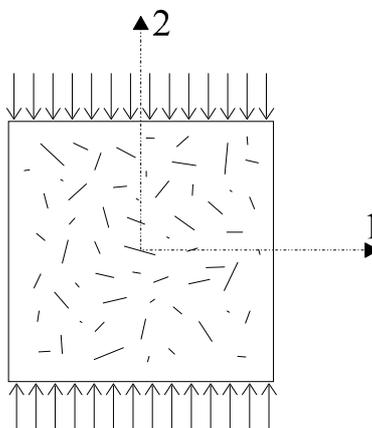


Figure 3 : Exemple de distribution de microfissures aléatoires.

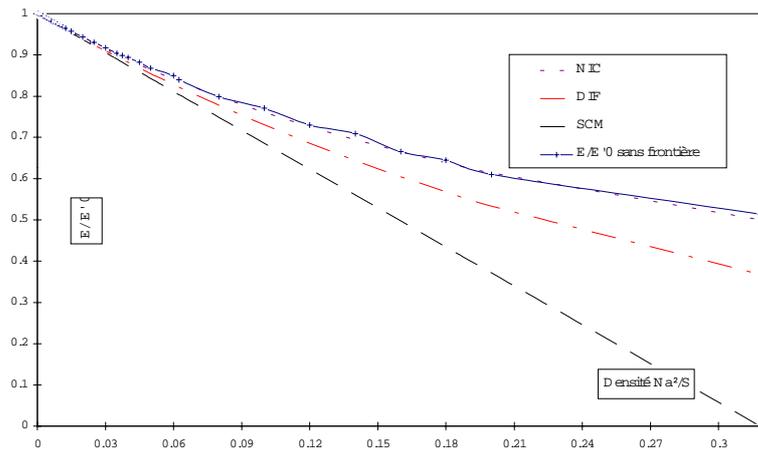


Figure 4 : Module d'Young effectif pour microfissures orientées aléatoirement. Taille des fissures constante : comparaisons avec la méthode de Taylor (NIC), auto-consistante (SCM) et différentielle (DIF)

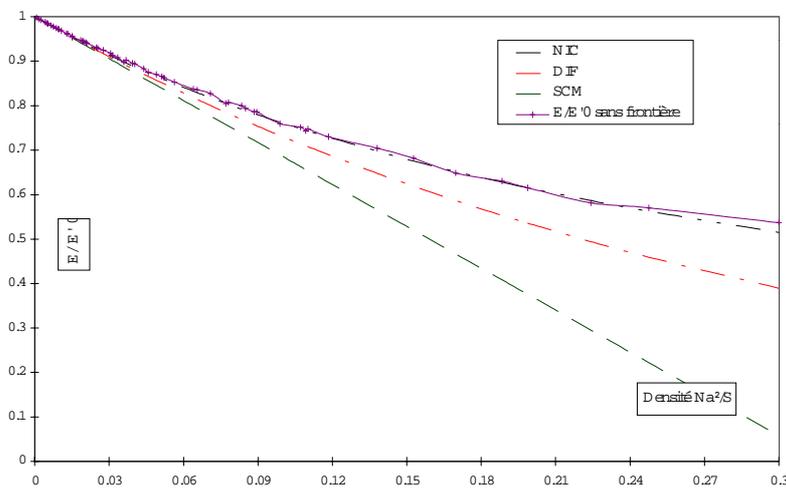


Figure 5 : Module d'Young effectif pour distribution aléatoire totale : comparaisons avec NIC, DIF et SCM

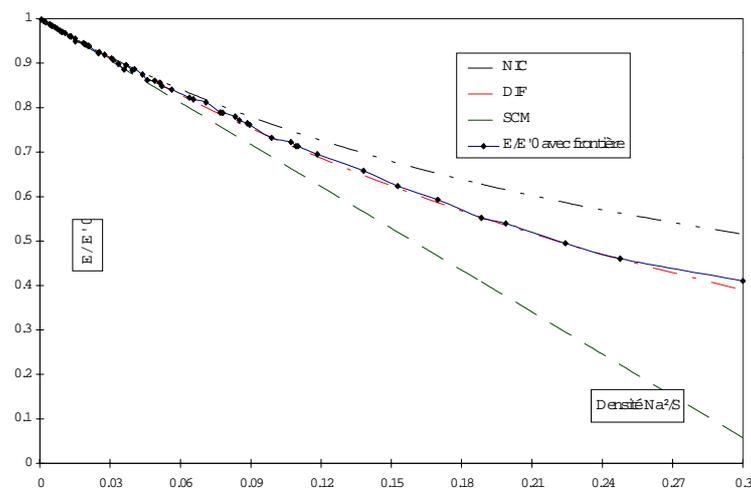


Figure 6 : Effet des microfissures - interactions avec la frontière pour distribution aléatoire : comparaisons avec NIC, DIF et SCM.

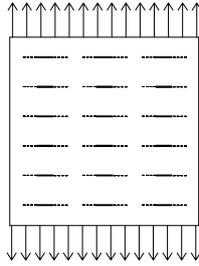


Figure 7 : Exemple de distribution de microfissures parallèles.

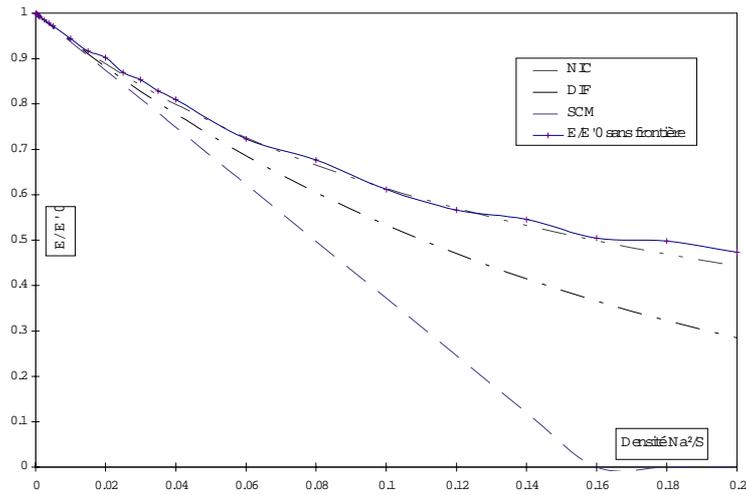


Figure 8 : Module d'Young effectif pour microfissures parallèles : Comparaisons avec les méthodes NIC, DIF et SCM.

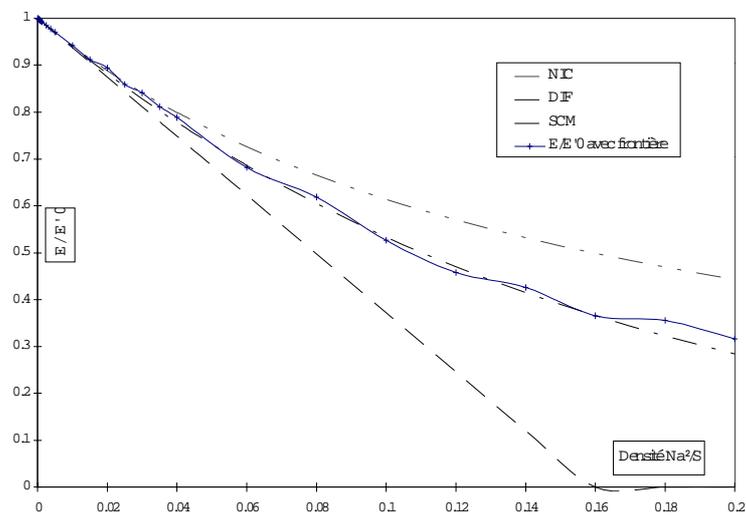


Figure 9 : Effet des microfissures - interactions avec la frontière pour distribution parallèle : Comparaisons avec les méthodes NIC, DIF et SCM.

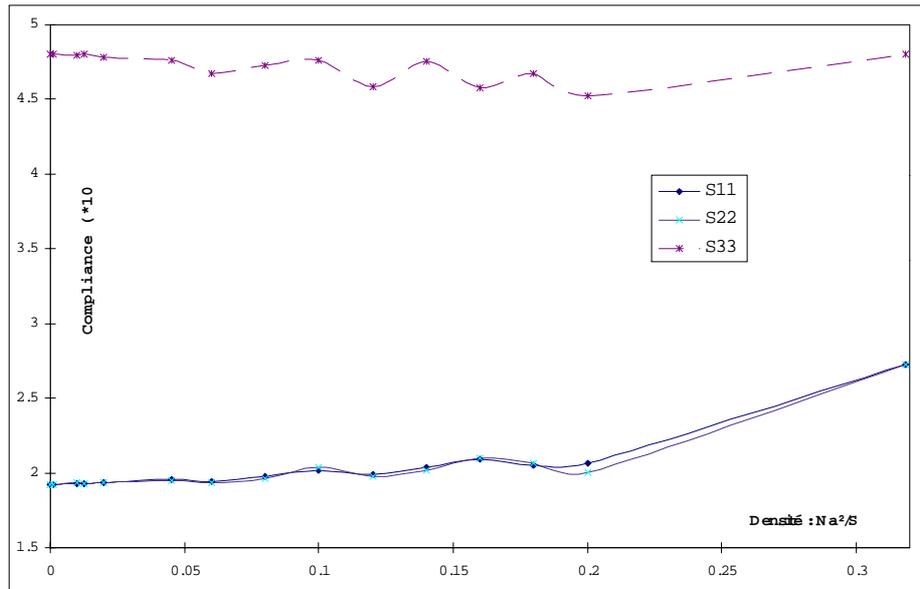


Figure 10 : Compliance effective pour milieu microfissuré aléatoire sous chargement de traction.

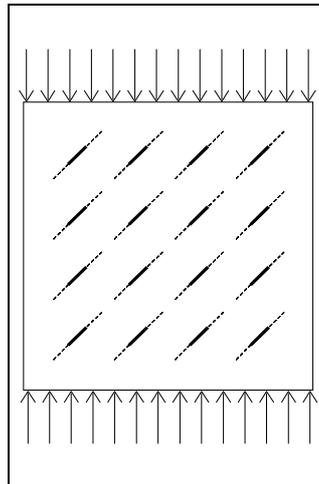
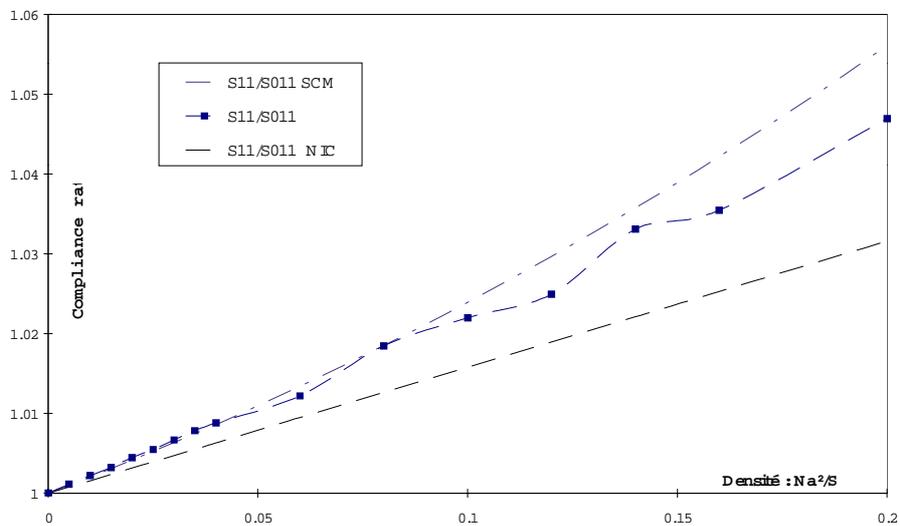
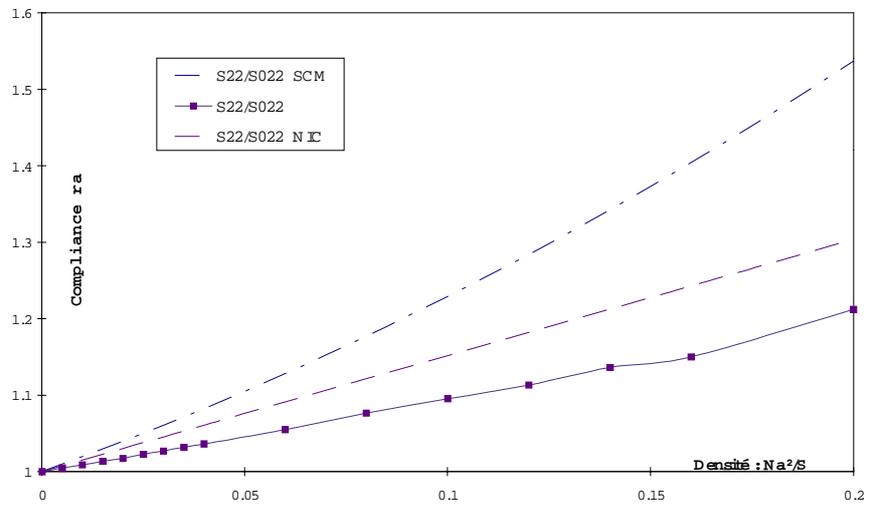
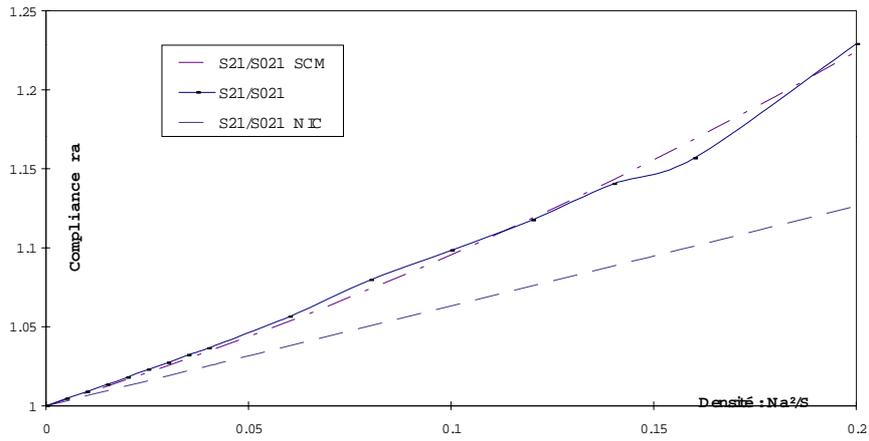


Figure 11 : Exemple de distribution de microfissures parallèles testée sous chargement compressif ($\mu = 0.5$).





Figures 12 : Chargement compressif. Rapport de compliance effective pour un milieu endommagé par un ensemble de microfissures parallèles orientées à $\pi/6$ par rapport à la direction de chargement ($\mu = 0.5$) : $\bar{S}_{11}, \bar{S}_{22}, \bar{S}_{21}, \bar{S}_{33}$.