

MODELISATION MESO-MACRO DE L'ENDOMMAGEMENT PAR MESOFISSURATION : APPLICATION AU COMPORTEMENT D'UN GRES

Djimédo KONDO, Vincent RENAUD

Laboratoire de Mécanique de Lille (URA CNRS 1441)
Département de Mécanique des Matériaux Fragiles et des Structures
Université Lille I - 59655 Villeneuve d'Ascq

RESUME : On présente une modélisation méso-macro 3-D de l'endommagement fragile, basée sur un mécanisme de mésolfissure branchée (mise en évidence dans de nombreuses expériences). La formulation en vitesse proposée est assez générale et permet de rendre compte des aspects fondamentaux de la déformation des matériaux quasi-fragiles : anisotropie induite, dilatace, dissipation par frottement, boucles d'hystérésis, déformations résiduelles, etc..

ABSTRACT : A general 3-D mesomechanical model based on a sliding crack mechanism is formulated incrementally. This model allows to reproduce the salient features of quasi-brittle deformation : stress-induced anisotropy, dilatancy, hysteresis loops, permanent strain, etc..

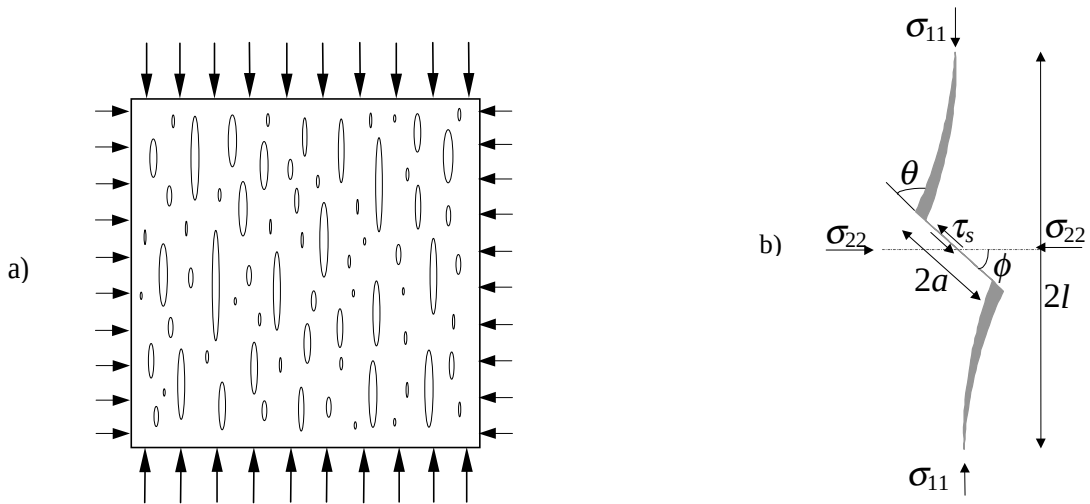
MOTS-CLES : Endommagement, Micromécanique, Mésolfissuration, Matériaux fragiles.

I. INTRODUCTION

Le comportement mécanique de nombreux matériaux quasi-fragiles tels les roches, les bétons ou les matériaux céramiques est pour une large part déterminé par la création et la croissance de mésolfissures (endommagement fragile). La modélisation par variables internes de cet endommagement a fait récemment l'objet de nombreuses études approfondies (cf. p. ex. Krajcinovic, 1997 ; Chaboche, 1993 ; Halm et Dragon, 1996). Parallèlement, l'étude mésomécanique (à l'échelle des grains) des milieux élastiques fissurés a progressé de façon significative (Andrieux et *al.*, 1986 ; cf. également synthèse de Kachanov, 1993) et a ouvert la voie à une description plus physique de l'endommagement fragile. Les modèles mésomécaniques présentés dans la littérature sont cependant limités : i) soit par leur caractère bidimensionnel (Nemat-Nasser et Obata, 1988) ; ii) soit par les trajets de chargement qu'ils permettent d'étudier ; iii) soit enfin par les mécanismes physiques de déformation qu'ils considèrent (Gambarotta et Lagomarsino, 1993). Le modèle méso-macro d'endommagement par mésolfissuration que nous proposons ici est très général, en ce sens que sa formulation, physiquement motivée, est incrémentale et tridimensionnelle.

II. MECANISMES DE DEFORMATION DES MATERIAUX QUASI FRAGILES

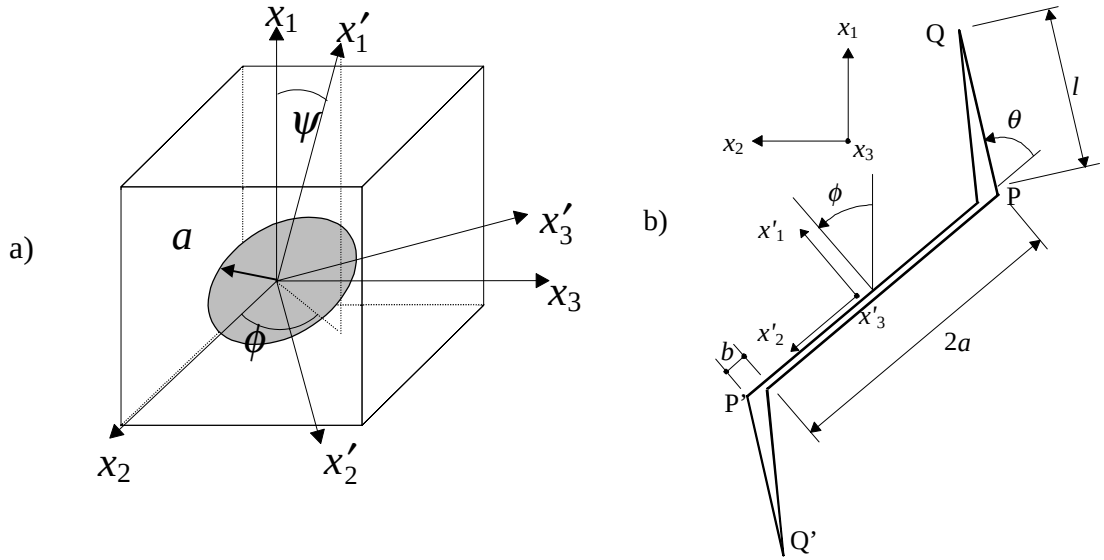
On rappelle brièvement les modes prédominants d'endommagement fragile sous sollicitations de compression. L'identification de ces modes d'endommagement est capitale pour la modélisation mésomécanique du comportement mécanique. De nombreuses observations réalisées sur des échantillons de roche déformée indiquent que la majeure partie des fissures induites à l'échelle mésoscopique apparaissent essentiellement en mode d'extension (Kranz, 1983) (figure 1a). L'origine de ces mésofissures est très variée : présence de mésopores, mésofissures préexistantes, défauts d'élasticité entre constituants etc.. Parmi ces sources de fissuration, deux ont été particulièrement abordées dans la littérature : le modèle de mésopore, le modèle de mésofissure branchée (figure 1b). S'agissant de cette dernière, l'existence de mésofissures de cisaillement, initialement controversée à cause de leur taille relativement faible, a pu être ensuite confirmée grâce notamment aux observations au microscope électronique à balayage de Tapponier et Brace (1976). A la différence du modèle physique de mésopore, le modèle de mésofissure branchée permet d'interpréter un certain nombre d'aspects fondamentaux du comportement macroscopique des matériaux quasi-fragiles : dilatance, présence de déformations résiduelles non négligeables, apparition de boucles d'hystérésis etc.. Ces effets sont en grande partie liés au frottement sur la partie centrale de la mésofissure branchée.



Figures 1 : a) mode de déformation fragile par mésofissures d'extension - b) modèle physique de mésofissure branchée.

III. FORMULATION INCREMENTALE 3-D DU MODELE MESOMECHANIQUE

La modélisation méso-macro développée suit les étapes classiques des méthodes de changement d'échelle pour les milieux à microstructure aléatoire : représentation, localisation, homogénéisation. Dans le cas particulier des milieux fragiles contenant des mésofissures, les différentes phases du milieu hétérogène sont la matrice fragile et l'ensemble des mésofissures. On suppose donc implicitement que l'on a un Volume Élémentaire Représentatif (VER) constitué de ces deux phases, les mésofissures étant en grand nombre et de taille relativement faible par rapport aux dimensions du VER. Nous faisons également l'hypothèse d'une matrice homogène dont le comportement est élastique linéaire isotrope. Les seules sources de non linéarité et de dissipation sont ainsi la création et la croissance des mésofissures. De plus, on considère des densités modérées de mésofissures non interactives. Cet ensemble d'hypothèses permet une schématisation simple du milieu endommagé (voir figure 2a), ainsi que l'utilisation à l'échelle mésoscopique de concepts de la mécanique linéaire de la rupture.



Figures 2 : Schématisations pour la modélisation : a) mésolfissure 3-D isolée dans le VER
b) schématisation géométrique et mécanique de la mésolfissure branchée (vue en plan)

1. Schématisation géométrique et mécanique du modèle physique

La première étape de la modélisation a été abordée grâce à une représentation de la mésolfissure branchée à l'aide de 3 paramètres (voir figure 2b) :

- le glissement moyen b de la partie centrale PP' de la mésolfissure,
- la longueur l de chacune des 2 branches PQ et P'Q',
- l'orientation θ des branches par rapport à la partie centrale.

L'état initial du matériau est essentiellement représenté par la densité de mésolfissures $\omega = Na^3/V$, N étant le nombre de mésolfissures, a la demi longueur moyenne des mésolfissures initiales et V le volume du VER. Les paramètres physiques ayant la dimension d'une longueur sont normalisés par rapport à a : $\tilde{b} = b/a$, $\tilde{l} = l/a$.

2. Evaluation de la macrodéformation et homogénéisation

La seconde étape de la modélisation consiste, dans le cadre des simplifications proposées (description géométrique et mécanique à l'aide de 3 paramètres), à analyser les différentes contributions de la mésolfissure branchée à la déformation du V.E.R. (macrodéformation). De manière générale, ces contributions, qui s'ajoutent au tenseur de déformation de la matrice solide de compliance $\bar{S}^0$, s'expriment à l'aide des discontinuités de déplacements (ouverture et glissement) sur les lèvres des mésolfissures (voir p. ex. Nemat -

Nasser et Horii, 1993) :

$$\bar{\epsilon}^d = \frac{1}{2} \frac{N}{V} \iint_S (n \otimes D + D \otimes n) dS \quad (1)$$

D représente le vecteur discontinuité de déplacement sur les lèvres de la mésolfissure de normale n et d'aire S . Dans le cas particulier de la mésolfissure branchée, les déformations se décomposent en 2 parties : i) celles dues aux discontinuités de déplacements tangentiels de la partie centrale PP' (figure 2b) ; ii) celles dues aux discontinuités induites sur les branches. Le détail de cette analyse des déformations est fourni dans Renaud (1998). Nous indiquons simplement ici le résultat obtenu pour une contrainte macroscopique $\bar{\sigma}$ homogène imposée à la frontière du V.E.R. :

$$\bar{\varepsilon} = \bar{S}^0 : \bar{\sigma} + \bar{\varepsilon}^d = \bar{S}^0 : \bar{\sigma} + \omega \left\{ \frac{1-\nu_0^2}{3E_0} \tilde{l} \sqrt{\tilde{l}} [4\bar{\alpha} \otimes \bar{\alpha} + \bar{\beta} \otimes \bar{\beta} + \bar{\delta} \otimes \bar{\delta}] : \bar{\sigma} + \pi \tilde{b} \bar{p}_0 + \tilde{l} \tilde{b} \bar{q}_0 \right\} \quad (2)$$

E_0 et ν_0 sont les coefficients élastiques de la matrice solide. Les différents tenseurs du second ordre ($\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$, $\bar{p}_0$ et $\bar{q}_0$ intervenant dans ce résultat dépendent de l'orientation dans l'espace (angles ϕ et ψ) de la mésolfissure considérée.

L'étape d'homogénéisation consiste à effectuer la moyenne des déformations sur l'ensemble des orientations des mésolfissures (angles ϕ et ψ). En faisant l'hypothèse d'une distribution uniforme des orientations, cette moyenne s'obtient par intégration sur ϕ et ψ :

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \bar{\varepsilon}^d(\psi, \phi) \sin \phi d\psi d\phi \quad (3)$$

3. Ecriture incrémentale de la loi de comportement

L'écriture en vitesse de la loi de comportement nécessite l'établissement des relations entre l'incrément de contraintes et les incréments des variables b , l , et θ . Ces relations sont définies à l'aide de 3 tenseurs du second ordre $\bar{A}$, $\bar{B}$ et $\bar{C}$ tels que :

$$\dot{\tilde{l}} = \bar{A} : \dot{\bar{\sigma}}, \quad \dot{\tilde{\theta}} = \bar{B} : \dot{\bar{\sigma}}, \quad \dot{\tilde{b}} = \bar{C} : \dot{\bar{\sigma}} \quad (4)$$

La méthodologie suivie pour évaluer ces tenseurs est la suivante (Renaud, 1998) :

i) le facteur d'intensité de contrainte en mode I est évalué de deux manières : à partir du chargement ou en fonction des caractéristiques cinématiques. On différencie ensuite membre à membre ces deux expressions, ce qui fournit deux équations.

ii) on établit une troisième équation en faisant l'hypothèse de colinéarité entre les incréments des deux facteurs d'intensité de contraintes.

iii) la résolution des 3 équations obtenues permet d'explicitier les relations $\dot{\tilde{l}} = \bar{A} : \dot{\bar{\sigma}}$, $\dot{\tilde{\theta}} = \bar{B} : \dot{\bar{\sigma}}$, $\dot{\tilde{b}} = \bar{C} : \dot{\bar{\sigma}}$. Notons que les trois tenseurs dépendent de l'état de contraintes ainsi que de l'incrément de charge appliqué.

On peut alors par différentiation du tenseur de déformation (formule 2) établir la loi de comportement en vitesse :

$$\dot{\bar{\varepsilon}} = \bar{L} : \dot{\bar{\sigma}} \quad (5)$$

Précisons enfin que le frottement sur la partie PP' des mésolfissures est considérée de type Coulomb et que l'évolution de la mésostructure (croissance des mésolfissures) est traitée à l'aide des critères classiques de propagation de fissures en mode mixte.

IV. APPLICATION AU COMPORTEMENT D'UN GRES

On se propose ici d'illustrer les performances du modèle proposé à travers la simulation de deux essais : compression uniaxiale monotone et compression uniaxiale cyclique. Le matériau considéré est un grès de Fontainebleau. Les valeurs retenues pour les paramètres du modèle sont les suivantes :

- coefficients élastiques $E_0 = 39300$ MPa, $\nu_0 = 0.13$,
- coefficient de frottement $\mu = 0.6$; cohésion $\tau_c^0 = 5$ MPa ,
- densité initiale de mésolfissures : $\omega = 0.06$; ténacité en mode I : $K_I^c = 0.6 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$.

Notons que par manque d'informations mésostructurales sur le grès étudié, l'identification précise de ω n'a pas été possible. La comparaison entre la simulation en compression uniaxiale et l'expérience est montrée sur la figure 3. Nous constatons que cette

comparaison est relativement satisfaisante. En particulier, l'apparition de déformations volumiques dilatantes liées au développement de la mésofissuration semble être bien décrite.

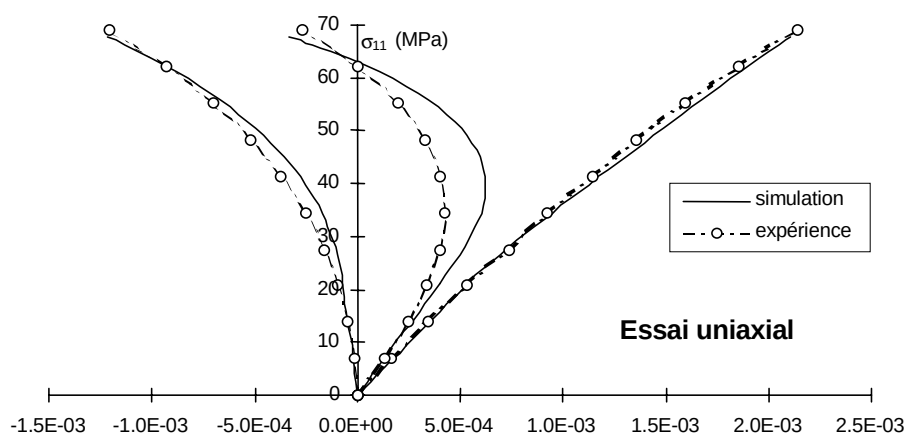


Figure 3 : Courbes contraintes - déformations en compression uniaxiale.

Le comportement sous sollicitation uniaxiale cyclique est indiqué à la figure 4. On note la nature complexe de la réponse globale (en déchargement - rechargement) prédite par le modèle : anisotropie, boucles d'hystérésis, déformations permanentes. Ce comportement hystérétique avec présence de déformations permanentes importantes correspond à l'incompatibilité des déformations de glissement bloquées par frottement. Cette interprétation peut être confirmée en examinant par exemple l'évolution du glissement au cours d'un cycle de chargement-déchargement-rechargement (figure 5, cas du premier cycle pour deux familles de mésofissures). Lors du déchargement, on observe d'abord une phase de blocage du glissement (b/a constant) suivie d'une mobilisation en sens opposé (ce qui a pour effet la diminution du glissement cumulé b/a). Dans la phase de blocage du glissement, du fait de la propagation préalable des mésofissures, le matériau présente une dégradation par rapport à l'état initial. A la fin de la décharge, on constate la présence d'un glissement résiduel non négligeable. Lors du rechargement, on note une évolution du glissement après une nouvelle phase de blocage. Les évolutions de la longueur des branches et celles de l'ouverture moyenne de ces branches sont assez similaires à celle du glissement (Renaud, 1998).

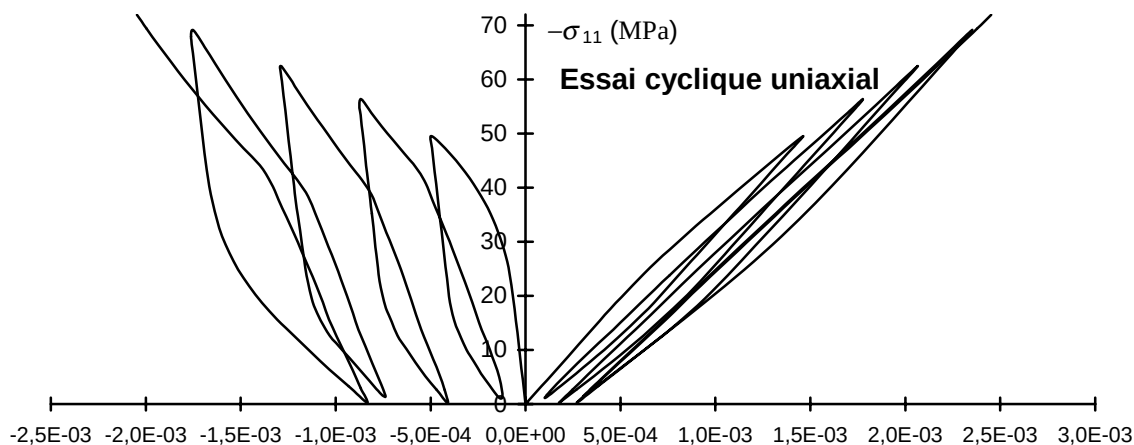


Figure 4 : Prédiction du comportement sous compression cyclique uniaxiale.

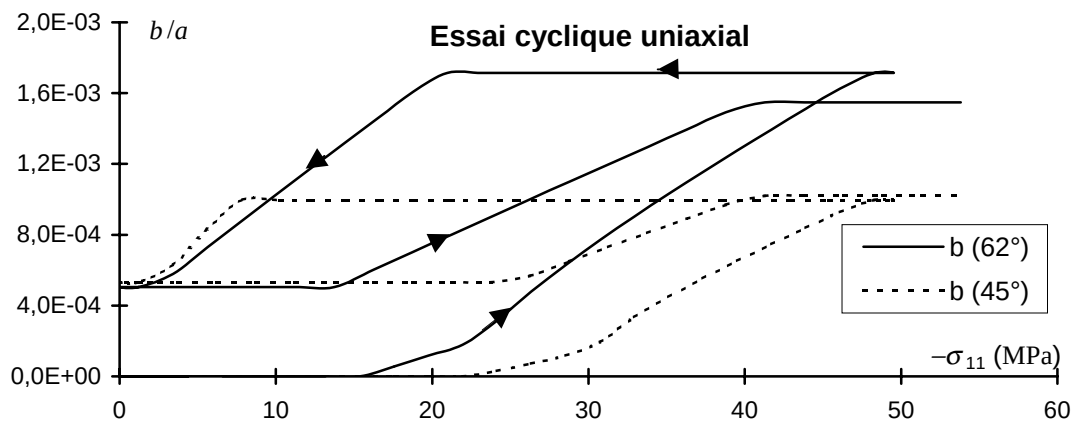


Figure 5: Essai cyclique uniaxial : évolution du glissement.

V. CONCLUSION

Nous avons bâti, dans le cadre des approches méso-macro, un modèle de comportement tridimensionnel des matériaux mésolfissurés. Ce modèle prend en compte les mécanismes physiques essentiels de la déformation fragile. A travers quelques exemples, nous avons montré la pertinence d'une telle démarche pour décrire le comportement complexe des matériaux étudiés. D'autres applications (p. ex. étude de la refermeture de mésolfissures) renforcent cette conclusion.

BIBLIOGRAPHIE :

- 1- S. ANDRIEUX, Y. BAMBERGER & J. J. MARIGO ; 1986, Un modèle de matériau microfissuré pour les bétons et les roches, *J. Mécanique Théorique et Appliquée*, vol. 5 (3), pp. 471-513.
- 2- J. L. CHABOCHE ; 1993, Development of continuum damage mechanics for elastic solids sustaining anisotropic and unilateral damage, *Int. J. Damage Mech.*, vol. 2, pp. 311-329.
- 3- L. GAMBAROTTA, S. LAGOMARSINO ; 1993, A microcracked damage model for brittle materials. *Int. J. Solids Structures*, vol. 30, n° 2, pp. 177-198.
- 4- D. HALM, A. DRAGON ; 1996, A model of anisotropic damage by mesocrack growth ; unilateral effect, *Int. J. of Damage Mechanics*, Vol. 5, pp. 384-402.
- 5- M. KACHANOV ; 1993, Elastic solids with many cracks and related problems. In : J.W. Hutchinson & T. Y. Wu (eds), *Advances in Applied Mechanics*, pp. 259-445, Academic Press.
- 6- D. KRAJCINOVIC ; 1997, *Damage Mechanics*, North Holland, Amsterdam, The Netherlands, vol. 41.
- 7- R. L. KRANZ ; 1983, Microcracks in rocks : a review, *Tectonophysics*, vol. 100, pp. 449-480.
- 8- S. NEMAT-NASSER & M. OBATA ; 1988, A microcrack model of dilatancy in brittle materials. *J. Appl. Mech.*, vol. 55, pp. 24-350.
- 9- S. NEMAT-NASSER & M. HORI ; 1993, *Micromechanics : overall properties of heterogeneous materials*, North - Holland, Amsterdam.
- 10- V. RENAUD ; 1998, Contributions à l'étude d'un modèle de mésolfissuration : application au comportement d'un grès. *Thèse de doctorat*, Université Lille I.
- 11- P. TAPPONIER & W. F. BRACE ; 1976, Development of stress-induced microcracks in Westerly granite. *Int. J. Rock Min. Sci.*, vol. 13, pp. 103-112.