

V. Renaud, D. Kondo

*Laboratoire de Mécanique de Lille, U.R.A. CNRS, 1441  
Université de Lille I, 59655 Villeneuve d'Ascq*

Le comportement fragile des géomatériaux cohérents (roches, bétons) peut être décrit dans le cadre de la mécanique de l'endommagement (Krajcinovic, 1989; Lemaître, 1990). L'approche de modélisation couramment adoptée est de type phénoménologique et consiste : a) à choisir une ou des variables internes d'endommagement b) ensuite à se donner des lois d'évolution de cette ou ces variables internes. La modélisation mésomécanique abordée dans cette étude est plus physique, car consistant à rechercher les informations essentielles dans la mésostructure des matériaux et à quantifier l'impact de celle-ci sur les grandeurs macroscopiques. Cette note concerne plus particulièrement une modélisation en déformation plane de l'endommagement.

## I Cadre général de la modélisation mésomécanique

### *Définition des grandeurs moyennes*

Soit un volume élémentaire représentatif (VER) contenant un grand nombre de défauts (figure 1). Les grandeurs macroscopiques qui sont les moyennes des champs microscopiques locaux dans le VER sont définies par (voir par exemple Nemat-Nasser et Hori, 1993):

$$\bar{\mathbf{s}} = \frac{1}{V} \int_V \mathbf{s} \, dv \quad \text{et} \quad \bar{\mathbf{e}} = \bar{\mathbf{e}}^0 + \bar{\mathbf{e}}^d \quad (1)$$

$\mathbf{e}^0$  est la déformation du squelette solide et  $\mathbf{e}^d$  la déformation inélastique induite par les discontinuités cinématiques du milieu (mésosfissures).

### *Loi de comportement du milieu homogénéisé*

On suppose que la matrice solide est homogène et à comportement élastique linéaire, de compliance  $S_0$ . On a donc :  $\bar{\mathbf{e}} = \bar{\mathbf{e}}^0 + \bar{\mathbf{e}}^d = S_0 : \bar{\mathbf{s}} + \bar{\mathbf{e}}^d$ . La déformation  $\mathbf{e}^d$  est reliée aux contraintes par :  $\bar{\mathbf{e}}^d = \bar{S}^d : \bar{\mathbf{s}}$  où  $\bar{S}^d$  représente la compliance inélastique due à la présence des défauts. La loi de comportement du milieu homogénéisé s'écrit ainsi :

$$\bar{\mathbf{e}} = \bar{S} : \bar{\mathbf{s}} = (S_0 + \bar{S}^d) : \bar{\mathbf{s}} \quad (2)$$

Remarque : Contrairement à la démarche classique, le dommage apparaît ici comme un terme additionnel (dans les déformations ou dans les compliances) et non comme une réduction de section résistante. L'écriture de la loi d'endommagement revient au calcul de la compliance effective du matériau pour une mésostructure donnée (voir à ce propos les différentes approximations des interactions entre mésosfissures dans Kachanov, 1993). Nous avons utilisé dans cette étude le schéma autocohérent qui se prête bien aux développements analytiques.

## II Modèle mésomécanique bidimensionnel

La démarche de développement du modèle peut se résumer aux deux étapes suivantes :

- a) choix d'une mésostructure et évaluation des compliances effectives associées
- b) mise en oeuvre de lois d'évolution de la mésostructure

*Calcul de la compliance effective en milieu anisotrope :*

La partie inélastique  $\bar{S}^d$  de la compliance est évaluée par l'intermédiaire de  $\bar{e}^d$ . Dans le cas d'un solide contenant des défauts bidimensionnels (figure 1),  $\bar{e}^d$  est donnée par (Hori et Nemat-Nasser, 1983 ; Mura, 1987) :

$$\bar{e}_d = \bar{S}^d \bar{s} = \frac{1}{2A} \sum_k \left[ \int_l (D \otimes n + n \otimes D) dl \right]^{(k)} \quad (3)$$

$D$  est le vecteur de discontinuités de déplacements associé à un défaut ( $k$ ) de normale  $n$ .  $A$  est l'aire du volume élémentaire représentatif. Deux cas sont à distinguer pour le calcul de  $\bar{e}^d$ .

a) sollicitations de traction : les mésolfissures sont ouvertes et le calcul du vecteur  $D$  est direct (Hori et Nemat Nasser, 1983; Ju, 1991).

b) sollicitations de compression : dans ce cas certaines mésolfissures peuvent se fermer (discontinuité normale nulle) frotter et glisser. Les solutions, plus complexes, pour ce problème ont été fournies par Hori et Nemat Nasser (1983).

Afin d'utiliser des notions de moyennes statistiques pour le calcul de  $\bar{S}^d$ , les mésolfissures initiales dans le VER sont supposées être en très grand nombre et aléatoirement distribuées.

*Lois d'évolution de la mésostructure initiale :*

Physiquement les mésolfissures initiales sont supposées réparties sur des interfaces de grains. Leur mode de propagation dépend de leur orientation et des charges imposées. Les critères utilisés sont ceux de la mécanique de la rupture (Bui, 1978 ; Kanninen et Popelar, 1985).

- pour les sollicitations de traction, les divers états de mésolfissuration possibles en mode d'ouverture sont résumés sur la figure 2.

- pour les sollicitations en compression les trajets de mésolfissuration sont plus complexes et font intervenir de façon plus déterminante à la fois le mode II et le mode mixte. Les 3 stades possibles de mésolfissuration en compression sont schématisés sur la figure 3 (Nemat Nasser et Hori, 1982; Zaitsev,1983).

### III Identification de paramètres et simulations

Les paramètres (au nombre de 7) du modèle ont tous une signification physique (mésoscopique ou macroscopique) claire. Nous présentons deux types de simulations dont le but est de démontrer la capacité du modèle à reproduire les traits fondamentaux du comportement fragile. Le chargement, uniaxial (traction ou compression) est imposé dans la direction 2. La figure 4 montre un exemple de réponse en traction. On observe une forte non linéarité des déformations axiales due au développement quasi orienté de la mésostructure tandis que les déformations latérales restent presque linéaires. Dans le cas de la compression uniaxiale (figure 5), les non linéarités sont importantes et plus précoces dans la direction latérale 1 (dilatance induite). L'anisotropie de l'endommagement est démontrée sur la figure 6 En notation de Voigt, la variation de la compliance latérale  $S_{11}$  est par exemple beaucoup plus forte que celle de  $S_{22}$ . Le terme de cisaillement  $S_{33}$  est peu affecté par l'endommagement.

En conclusion, cette étude confirme les potentialités d'une modélisation mésomécanique de l'endommagement fragile des géomatériaux cohérents. Le modèle étudié comporte peu de paramètres, tous physiquement identifiables. Il reproduit bien les aspects essentiels du comportement fragile. Son extension 3-D ne pose pas de problèmes majeurs (voir Fanella et Krajcinovic, 1988; Renaud et Kondo, 1995). Actuellement nous examinons la question de la rupture et étudions grâce à ce modèle les effets unilatéraux de l'endommagement fragile (restauration de raideur par compression après un endommagement en traction).

Références bibliographiques :

H. D. **Bui** (1978) : Mécanique de la rupture fragile. *Ed. Masson, Paris.*

H. **Horii** & S. **Nemat-Nasser** (1983) : Overall moduli of solids with microcracks load-induced anisotropy. *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 31, n° 2, pp. 155-171.

J. W. **Ju** (1991) : On two-dimensional self-consistent micromechanical damage models for brittle solids. *Int. J. Solids Structures*, vol. 27, n° 2, pp. 227-258.

M. **Kachanov** (1993) : Elastic solids with many cracks and related problems, in J.W. *Hutchinson* & T. Y. *Wu* (eds), *Advances in Applied Mechanics*, pp. 259-445, Academic Press.

M. F. **Kanninen** & C. H. **Popelar** (1985) : *Advanced fracture mechanics*. Oxford University Press, New York and Clarendon Press, Oxford.

D. **Krajcinovic** (1989) : Damage Mechanics. *Mechanics of Materials*, vol. 8, pp. 117-197.

J. **Lemaître** (1990) : *A course on Damage Mechanics*. 2nd edition Cambridge University Press

T. **Mura** (1987) : *Micromechanics of defects in solids*. 2nd ed., Martinus Nijhoff Publishers.

S. **Nemat-Nasser** & H. **Horii** (1982) : Compression-induced nonplanar crack extension with application to splitting, exfoliation and rockburst. *J. Geophys. Res.*, vol. 87, pp. 6805-6821.

S. **Nemat-Nasser** & H. **Horii** (1993) : *Micromechanics : overall properties of heterogeneous materials*, North - Holland, Amsterdam.

V. **Renaud** & D. **Kondo** (1995) : Modélisations mésomécaniques de l'endommagement anisotrope des matériaux fragiles *Rapport interne LML, RS 01/95, 74 p.*

Y. B. **Zaitsev** (1983) : Crack propagation in a composite material. in F. H. Wittmann, ed.,

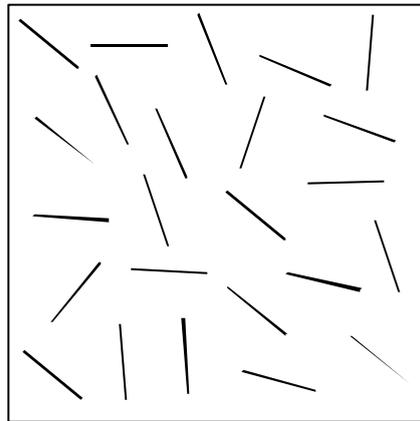


Figure.1 : Exemple de distribution de mésolfissures 2-D

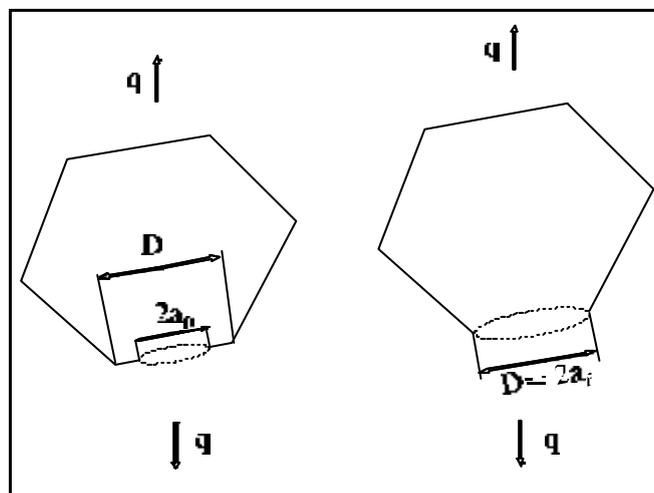


Figure 2 : Etats possibles de mésolfissuration en traction.

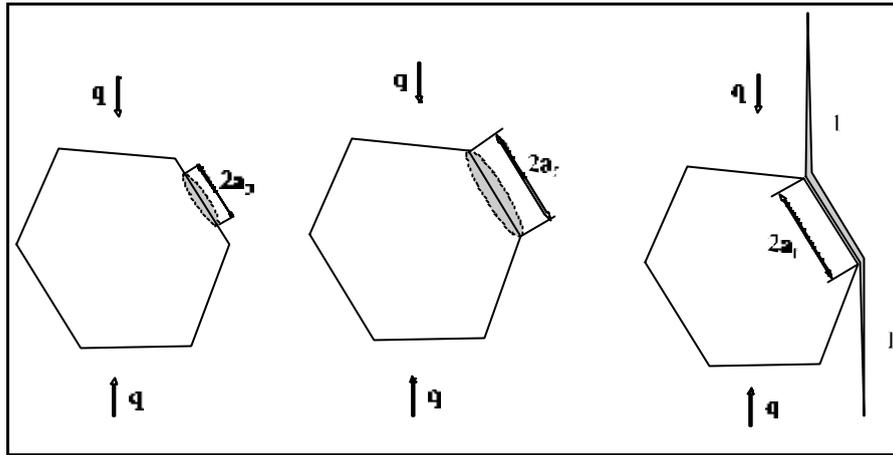


Figure 3 : Etats de mésosfissuration possibles en compression.

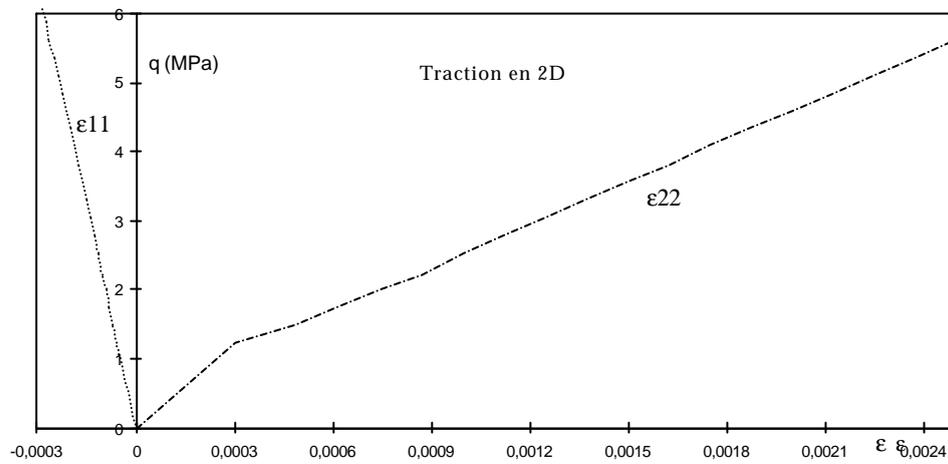


Figure 4 : Courbe  $\sigma - \epsilon$  en traction uniaxiale suivant 2

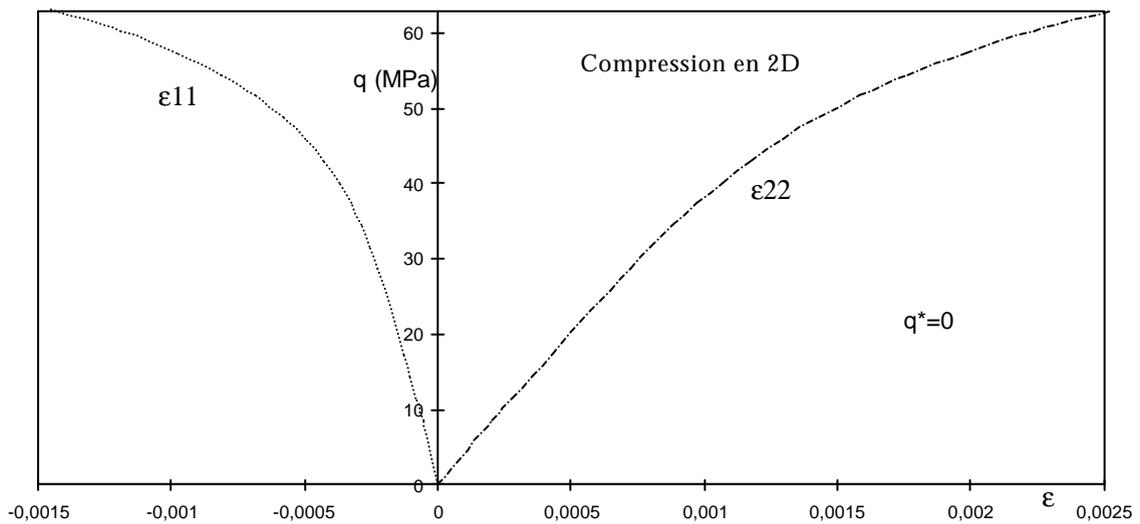


Figure 5 : Courbe  $\sigma - \epsilon$  en compression uniaxiale suivant 2

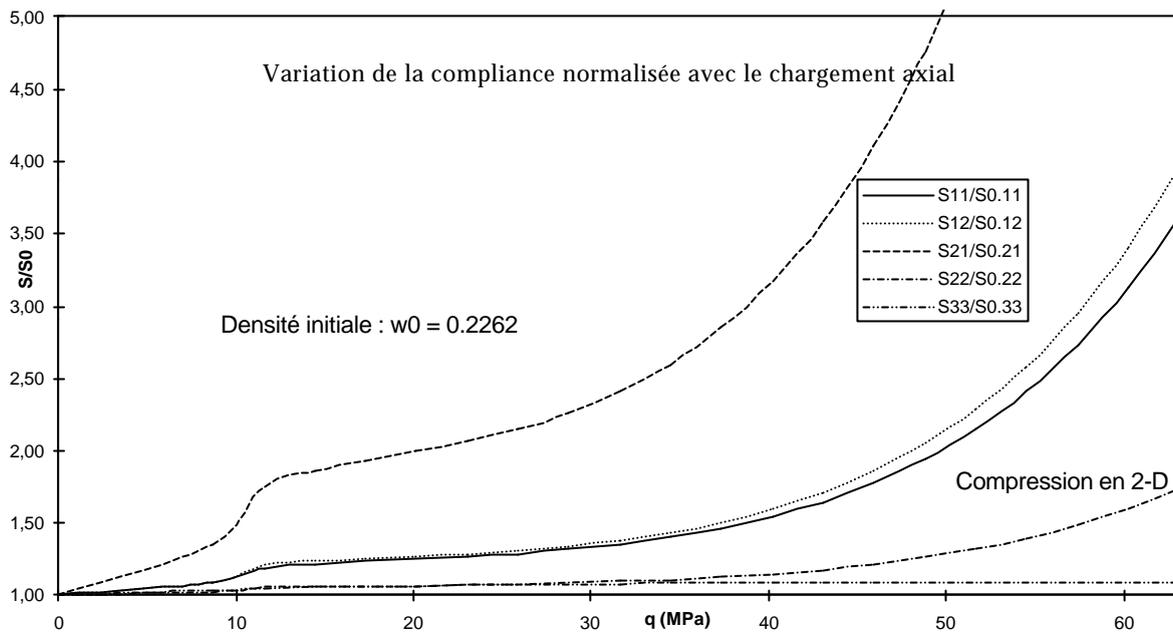


Figure 6 : Variation normalisée des compliances en compression uniaxiale suivant 2 (la notation conventionnelle de Voigt  $e_i = S_{ij} \mathbf{t}_j$  est adoptée)