Formulation incrémentale à l'échelle mésoscopique d'un modèle d'endommagement : application à un grès

V. Renaud, D. Kondo

Laboratoire de Mécanique de Lille, U.R.A. CNRS, 1441 Université de Lille I, 59655 Villeneuve d'Ascq

Résumé : Cette étude concerne une modélisation à l'échelle mésoscopique de l'endommagement anisotrope des géomatériaux fragiles. Elle fait suite à une première formulation non-incrémentale présentée dans les actes de 'la troisième réunion annuelle GEO' (Kondo et Renaud, 1998). Une formulation incrémentale du modèle, nécessaire pour prendre en compte la dépendance de la réponse non linéaire vis-àvis du chemin de sollicitations, est présentée. Outre le fait que cette nouvelle formulation donne des résultats en accord qualitatif avec les données expérimentales, elle permet également de préciser la contribution des divers mécanismes de mésofissuration. Des applications plus spécifiques sur des chemins de refermeture de mésofissures sont ensuite présentées pour confirmer la pertinence de la modélisation.

1 Introduction : La modélisation phénoménologique de l'endommagement des géomatériaux (cf. p. ex. Krajcinovic, 1989 ; Halm et Dragon et *al.*, 1996) a réalisé ces dernières années d'importants progrès, en particulier dans la prise en compte de l'anisotropie induite par les sollicitations. Il semble cependant que d'énormes difficultés subsistent encore quand il s'agit de décrire les effets unilatéraux liés à la refermeture des microfissures (Chaboche, 1992). Parallèlement, l'étude micromécanique des milieux élastiques fissurés a progressé de façon significative et a donc ouvert la voie à de grandes possibilités de description physique de l'endommagement fragile par mésofissuration (Kachanov, 1993). L'approche mésostructurale que nous présentons ici est structurée en deux volets. Nous résumons d'abord les bases physiques de la modélisation mésomécanique et indiquons les ingrédients nécessaires pour aboutir à une formulation incrémentale. Dans le second volet la mise en oeuvre numérique de la version incrémentale du modèle est évaluée sur des expériences de compression cyclique. Ceci est complété par tests de refermeture de mésofissures.

2 Modélisation mésomécanique de l'endommagement des milieux fragiles : applications

Les travaux de modélisation de l'endommagement à l'échelle mésoscopique que nous présentons ici sont principalement issus des travaux de Nemat-Nasser et Obata (1988). Nous rappelons les bases physiques de cette modélisation et présentons sa formulation incrémentale.

2.1 Cadre général de la modélisation mésomécanique des matériaux fissurés

On définit un volume élémentaire représentatif (VER) V contenant un grand nombre de mésofissures et sollicité à l'aide d'une contrainte uniforme. La déformation macroscopique, moyenne de la déformation

sur le VER est donnée (voir Hori et Nemat-Nasser, 1983) par :
$$\overline{\varepsilon} = \frac{1}{V} \int_{V} \varepsilon dV + \int_{\Gamma} \frac{1}{2} (D \otimes n + n \otimes D) dS$$
 (1)

 Γ représente l'ensemble des mésosurfaces de discontinuités présentes dans le VER, *D* est le vecteur discontinuités de déplacement (ouverture, glissement) sur chacune de ces mésofissures. Le problème de la modélisation se ramène ainsi à la description de l'évolution de la mésofissuration avec le chargement et à l'évaluation de la déformation inélastique correspondante.

2.2 Mécanismes physiques d'endommagement et équations de base du modèle :

Le mécanisme physique considéré est celui d'une mésofissure inclinée qui frotte et se propage en mode mixte (figure 1). Les mésofissures préexistantes (partie centrale inclinée) sont géométriquement caractérisées par leur taille initiale moyenne 2a et par leur orientation géométrique définie par l'angle ϕ et par la densité de fissuration ω . L'état mécanique de chaque mésofissure est décrit par les discontinuités de déplacement initiales (*b* pour la discontinuité tangentielle et *d* pour l'ouverture) et par la longueur l de la partie branchée (sous charge). Dans cette étude, on se place en hypothèse de déformation plane.

2.3 Formulation incrémentale du modèle

Du fait de la dépendance de la réponse non linéaire vis-à-vis du chemin de sollicitations, il s'avère nécessaire d'établir une écriture incrémentale de la loi de comportement : $\dot{\bar{\varepsilon}} = \overline{D}: \dot{\bar{\sigma}}$. Ceci est fait sur la base de l'équation (1) et revient en pratique à décrire l'évolution incrémentale des paramètres cinématiques $(\dot{l}, \dot{\theta} \text{ et } \dot{b})$ avec l'incrément de contraintes $\dot{\bar{\sigma}}$, d étant lui relié à b. Cette description est réalisée à l'aide de 3 tenseurs d'ordre 2 \overline{A} , \overline{B} et \overline{C} tels que $\dot{l} = \overline{A}: \dot{\bar{\sigma}}, \dot{\theta} = \overline{B}: \dot{\bar{\sigma}}$ et $\dot{b} = \overline{C}: \dot{\bar{\sigma}}$. Les expressions de ces tenseurs pour les différentes possibilités de sollicitations sont fournies dans Nemat-Nasser et Obata (1988).

2.4 Résultats obtenus à l'aide du modèle

Le modèle comporte essentiellement 7 paramètres physiques. Ce sont les 2 coefficients élastiques E, et v, le coefficient de frottement μ , la cohésion sur les lèvres des mésofissures τ_c^0 , la ténacité K_I^c , et 2 paramètres mésostructuraux qui sont l'ouverture initiale moyenne d_0 des mésofissures, et la densité initiale ω . Afin d'évaluer les performances du modèle, nous avons étudié la réponse en compression biaxiale du grès. Malgré l'approximation plane, on peut qualitativement comparer les résultats issus de la modélisation aux données expérimentales (voir exemple sur la figure 2). L'examen détaillé des résultats montre que c'est l'ouverture progressive de la partie branchée des mésofissures qui est à l'origine de la dilatance. Nous montrons à titre d'exemple sur les figures 3 et 4 des résultats correspondant à la compression uniaxiale : allure de branchement à la fin du chargement pour des mésofissures de différentes orientations (figure 3), variation de l'ouverture moyenne des mésofissures au cours d'un cycle de chargement-déchargement (figure 4). Sur cette dernière figure, on note en particulier une ouverture résiduelle importante à la fin du déchargement.

Essai de chargement latéral :

Ce test numérique a consisté à réaliser une montée en pression latérale après un endommagement en compression biaxiale. Il a pour but de mettre en évidence les capacités du modèle à décrire les effets unilatéraux liés à la refermeture des mésosurfaces préalablement créées. Sur la figure 5 est présenté un exemple de réponse sous chargement latéral après un endommagement sous déviateur de l'ordre de 240 MPa. La simulation montre qu'à partir d'une pression de chargement latéral de 40 MPa, on obtient une restauration partielle de module d'environ 80% de sa valeur initiale.

Références bibliographiques :

J.L. CHABOCHE (1992), Damage induced anisotropy : on difficulties associated with the active/passive unilateral condition. *Int. J. of Damage Mechanics*, Vol. 1(2), pp. 148-171.

D. HALM, A. DRAGON (1996), A model of anisotropic damage by mesocrack growth ; unilateral effect, *Int. J. of Damage Mechanics*, Vol. 5, pp. 384-402.

H. HORII & S. NEMAT-NASSER (1983), Overall moduli of solids with microcracks load-induced anisotropy. *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 31, n° 2, pp. 155-171.

H. HORII & S. NEMAT-NASSER (1986) : Brittle failure in compression : splitting, faulting and brittleductile transitione. *Philos. Trans. R. Soc.*, Series A, vol. 319, pp. 337-374.

KACHANOV M.L. (1982), A microcrack model of rock inelasticity - Part II: Propagation of microcracks. *Mech. Mat.*, Vol. 1, pp.29-41.

M. KACHANOV (1993), Elastic solids with many cracks and related problems, *in J.W. Hutchinson & T. Y. Wu (eds), Advances in Applied Mechanics*, pp. 259-445, Academic Press.

D. KONDO & V. RENAUD (1997), Modélisations à l'échelle mésoscopique de l'endommagement des géomateriaux : application au comportement d'un grès, *soumis pour publication dans Des géomatériaux aux ouvrages : expérimentations et modélisations*, eds. Petit et al., Hermes (

D. KRAJCINOVIC (1989), Damage Mechanics. Mechanics of Materials, vol. 8, pp. 117-197.

S. NEMAT-NASSER & M. HORI (1993), Micromechanics : overall properties of heterogeneous materials, North - Holland, Amsterdam.

NEMAT-NASSER, OBATA M. (1988), A microcrack model of dilatancy in brittle materials. J. Appl. Mech., Vol. 55, pp. 24-35.



Figure 3 : allure du branchement pour l'essai uniaxial à une contrainte proche de la rupture



Figure 5 : essai de chargement latéral :courbe de variation des déformations en fonction de la pression