Formulation incrémentale d'un modèle mésomécanique et application à un grès

V. Renaud, D. Kondo

Laboratoire de Mécanique de Lille, U.R.A. CNRS, 1441
Université de Lille I, 59655 Villeneuve d'Ascq

Résumé :

Cette étude concerne la modélisation à l'échelle mésoscopique de l'endommagement anisotrope des géomatériaux fragiles. La démarche adoptée permet de prendre en compte de manière explicite les différents mécanismes de croissance de la mésofissuration (frottement, propagation en modes 1, 2 ou mixte de mésofissures). Après une brève synthèse du comportement mécanique du grès (matériau support de l'étude), nous présentons les bases physiques de la modélisation mésomécanique. La formulation incrémentale du modèle, nécessaire pour prendre en compte la dépendance de la réponse non linéaire vis-à-vis du chemin de sollicitations, est ensuite résumée. Le modèle est alors utilisé pour étudier le comportement mécanique en compression d'un grès. Outre le fait qu'il donne des résultats en accord qualitatif avec les données expérimentales, ce modèle permet également de préciser la contribution des divers mécanismes de mésofissuration. Des applications plus spécifiques (chemin de refermeture de mésofissures) sont ensuite présentées pour confirmer la pertinence de la modélisation.

1 Introduction :

Le comportement mécanique d'une large classe de matériaux dits 'fragiles' (bétons, céramiques, certaines roches) peut être étudié dans le cadre de la mécanique de l'endommagement (Krajcinovic, 1989 ; Lemaître, 1990). La modélisation phénoménologique de l'endommagement (cf. p. ex. Halm et Dragon et *al*., 1996) a réalisé ces dernières années d'importants progrès, en particulier dans la prise en compte de l'anisotropie induite par les sollicitations. Il semble cependant que d'énormes difficultés subsistent encore lorsqu'il s'agit de décrire les effets unilatéraux liés à la refermeture des microfissures (Mazars et *al*., 1990 ; Chaboche, 1992). Parallèlement, l'étude micromécanique des milieux élastiques fissurés a progressé de façon significative et a ouvert de grandes possibilités de description physique de l'endommagement fragile par mésofissuration (Kachanov, 1993). C'est dans ce contexte, et en complément à des modélisations phénoménologiques (Shao et *al*., 1995 ; Khazraei et Shao, 1996), que nous avons récemment mis en oeuvre des modélisations à l'échelle mésoscopique. De plus, cette démarche microstructurale est motivée par de nombreuses observations d'expériences récentes qui apparaissent convergentes quant aux mécanismes de mésofissuration dans les roches et les bétons (Wong, 1982 ; Zaitsev, 1983 ; Myer et *al*., 1992 etc...). L'étude que nous présentons est structurée en trois volets. Nous commençons par résumer les données d'expériences réalisées sur un grès, en insistant sur l'anisotropie de l'endommagement, la nature dilatante des déformations, les effets d'hystérésis observés lors des cycles de chargement-déchargement. Les bases physiques d'une première modélisation micromécanique sont ensuite résumées dans un cadre non incrémental. Celles-ci concernent les mécanismes fondamentaux de l'endommagement par mésofissuration : frottement, glissement, propagation en mode mixte des mésodéfauts. Malgré des résultats pertinents en compression monotone (Kondo, 1996; Kondo et Renaud, 1997), elle se trouve limitée par sa formulation non incrémentale. Dans un troisième volet, nous présentons une version incrémentale de ce type de modélisation, issue principalement des travaux de Nemat-Nasser et Obata (1988). La mise en oeuvre numérique de cette formulation a été enfin évaluée sur des expériences de compression monotone ou cyclique.

2 Données expérimentales sur le comportement avec endommagement du grès

Avant de présenter des résultats sur l'endommagement du grès, rappelons brièvement les aspects fondamentaux du comportement mécanique en compression triaxiale de ce matériau. Sous compression hydrostatique (pression maximale appliquée σ_3 = 60 MPa), les réponses longitudinale et transversale du matériau sont identiques. Ceci indique clairement que le grès étudié est initialement isotrope. Des essais triaxiaux de révolution ont été ensuite réalisés pour des pressions de confinement allant jusqu'à 30 MPa. Les réponses obtenues (figure 1) correspondent schématiquement à un comportement classique des roches fragiles (Bieniawski, 1967) avec les différentes phases de fissuration. Nous devons souligner la nature fortement dilatante des matériaux; cette dilatance est essentiellement liée à l'importante non linéarité des déformations transversales.

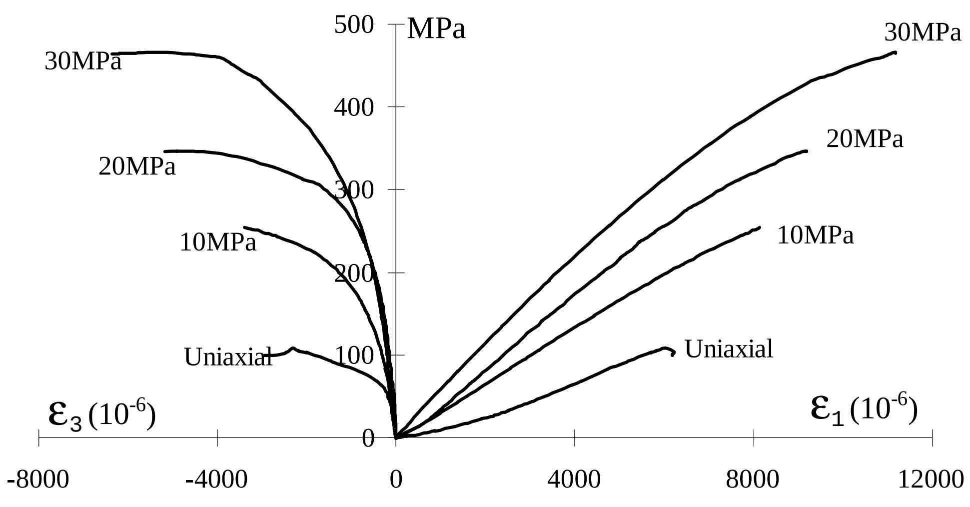


Figure 1 : Courbes contraintes (σ_1 - σ_3) - déformations en compression triaxiale monotone.

Les tests de compression triaxiale monotone ne permettent pas cependant d'attribuer de façon certaine le comportement non linéaire observé à une dégradation des propriétés mécaniques du matériau. Des essais de compression avec cycles de chargement-déchargement, par exemple, sont nécessaires pour confirmer cette interprétation. Afin de réduire les boucles d'hystérésis généralement observées lors des cycles et donc d'améliorer la précision de la détermination des paramètres élastiques, chaque cycle est précédé d'une légère phase de relaxation. Nous présentons sur la figure 2 un exemple de résultats d'essais cycliques. On constate que la raideur longitudinale varie peu au cours du chargement. Tandis que le module sécant latéral diminue de façon progressive et significative.

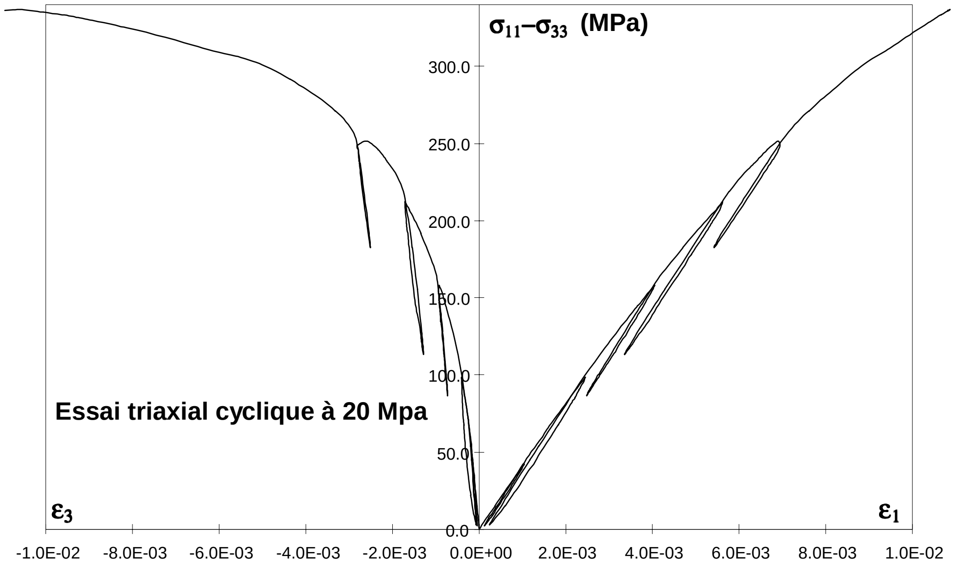


Figure 2 : exemple d'essai de compression avec cycle de chargement-déchargement.

3 Modélisation micromécanique de l'endommagement par mésofissuration plane :

Les travaux de modélisation de l'endommagement à l'échelle mésoscopique que nous présentons ici sont issus principalement des travaux de Nemat-Nasser et Obata (1988). Nous rappelons ici les bases physiques de cette modélisation et présentons sa formulation incrémentale.

3.1 Cadre général de la modélisation mésomécanique des matériaux fissurés

On définit un volume élémentaire représentatif (VER) V contenant un grand nombre de mésofissures. Le VER doit être suffisamment petit vis-à-vis de la taille de l'échantillon pour représenter un point matériel P et suffisamment grand vis-à-vis des mésofissures (en grand nombre) pour être considéré statistiquement homogène. Supposons ce VER sollicité à l'aide d'une contrainte uniforme Σ. Soit $\tau(x)$ le champ de contrainte microscopique non-homogène dans le VER. Ce champ est statiquement admissible. On démontre (voir p. ex. Andrieux., 1983) que la moyenne du champ de contraintes microscopiques est telle que :

$$\langle \tau \rangle = \frac{1}{V} \int_V \tau(x) dV = \Sigma \tag{1}$$

La déformation macroscopique, moyenne de la déformation sur le VER est donnée (voir également Hori et Nemat-Nasser, 1983) par :

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{V} \int_V \varepsilon \mathrm{d}V + \int_\Gamma \frac{1}{2} (D \otimes n + n \otimes D) \mathrm{d}S \tag{2}$$

Γ représente l'ensemble des mésosurfaces de discontinuités (mésofissures) présentes dans le VER. L'état de déformation du VER est ainsi entièrement défini si l'on connaît les vecteurs discontinuités de déplacement D (ouverture, glissement) sur toutes les mésofissures. Ceci est un préalable à la modélisation micromécanique du comportement de la classe de matériaux étudiés.

Pour l'écriture de la loi de comportement, on suppose que la matrice solide (fragile) est homogène et à comportement élastique linéaire, de souplesse $\overline{S}^0$. Par souci de simplification, nous appellerons $\overline{\sigma}$ le tenseur de contraintes macroscopique (moyenne du champ microscopique sur le VER) et $\overline{\varepsilon}$ la déformation (totale) macroscopique. L'expression (2) donnant la déformation conduit alors à la partition $\overline{\varepsilon} = \overline{\varepsilon}^0 + \overline{\varepsilon}^d$. $\overline{\varepsilon}^0 = \overline{\overline{S}}^0 : \overline{\sigma}$ est la déformation de la matrice solide et $\overline{\varepsilon}^d$ est la déformation due à la présence des discontinuités. Le problème de la modélisation micromécanique se ramène ainsi à décrire l'évolution de la microstructure avec le chargement extérieur et à évaluer la déformation inélastique correspondante.

3.2 Mécanismes physiques d'endommagement et équations de base du modèle :

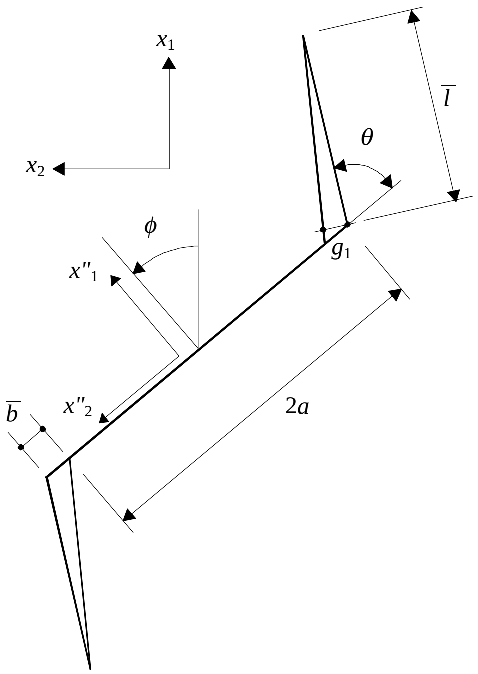


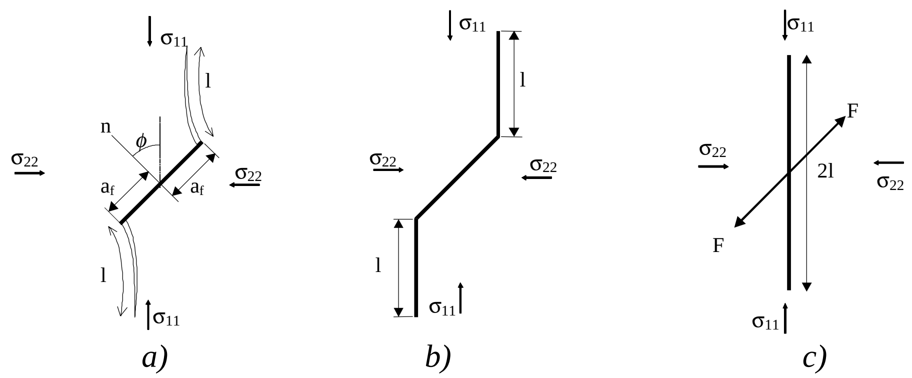
Figure 3 : Mécanisme physique de la fissure inclinée avec branchement

Mésofissuration initiale du matériau

Un point crucial de la modélisation est le choix de la mésostructure initiale du matériau et de sa loi d'évolution avec le chargement. Sur la base de divers travaux, en mécanique des roches (Wong, 1982) ou sur des bétons (Zaitsev, 1983), les mésofissures sont supposées initialement réparties sur des interfaces de grains qui, de part leur faible résistance, constituent des sites potentiels d'amorçage des fissures. Le matériau est alors considéré comme un agrégat composite.

Le mécanisme physique considéré dans le modèle est celui d'une mésofissure inclinée qui frotte et se propage en mode mixte (figure 3). Il a été utilisé par plusieurs auteurs (p.ex. Kachanov, 1982 ; Ju, 1991) pour décrire la dilatance dans les matériaux fragiles (roches, bétons). Les mésofissures préexistantes (partie PP') sont géométriquement caractérisées par leur taille initiale 2a (supposée constante dans le matériau) et par leur orientation géométrique définie par l'angle ϕ. Leur nombre N détermine la densité de fissuration $\omega = \frac{Na^2}{S}$, S étant l'aire du VER. Ces mésofissures peuvent être initialement en état actif, les paramètres de discontinuités de déplacement initiales étant b (pour la discontinuité tangentielle) et d pour l'ouverture. Dans cette étude, on se place en hypothèse de déformation plane

Mécanismes et lois d'évolution de la mésofissuration



a) Cas réel b) Modèle mathématique c) Approximation retenue pour le calcul (d'après Fanella et Krajcinovic, 1988)

Figures 4 : Modèles de la mésofissure avec branchement

Les lois d'évolutions de la mésostructure sont issues d'observations expérimentales et des concepts classiques de propagation de fissure (Kanninen et Popelar, 1985). L'évolution de la mésofissuration fait intervenir des modes élémentaires différents selon que les défauts sont sollicités en traction ou en compression. Ceci permet de décrire par exemple la dissymétrie des réponses en traction et en compression, dissymétrie expérimentalement observée pour de nombreux matériaux fragiles. Le cas de la traction où les mésofissures sont ouvertes étant relativement simple (propagation en mode I sur les interfaces et arrêt provoqué par la matrice du matériau), nous n'examinons ici que les modes d'évolution mis en jeu en compression. En effet, dans ce cas les trajets de mésofissuration sont plus complexes et font intervenir de façon déterminante le mode mixte de propagation (Zaitsev, 1983). En effet pour un chargement croissant, la mésofissure se branche progressivement avec un angle θ et sur une longueur l. Pour cette configuration de mésofissure (figure 4a) il n'y a pas de solutions exactes et l'on doit faire appel à des approximations (fissures équivalentes) comme celles développées par Hori et Nemat-Nasser (1986) (voir figure 4b et 4c). Le critère en mode I : $K_I = K_c$ permet de déterminer la longueur l du branchement en fonction de la ténacité K_c, de l'orientation initiale de la mésofissure et du chargement (voir aussi Fanella et Krajcinovic, 1988 ; K_I est donné dans Hori et Nemat-Nasser (1986)). En pratique, l'état d'activation d'une mésofissure dépend, en dehors du chargement, de son orientation ϕ. Le mécanisme de mésofissuration considéré (figure 3) conduit à l'expression suivante de la déformation (Nemat-Nasser et Obata, 1988) :

$$\bar{\varepsilon} = \bar{\bar{S}}^0 : \bar{\sigma} + \bar{\varepsilon}^d = \bar{\bar{S}}^0 : \bar{\sigma} + \bar{\varepsilon}_a + \bar{\varepsilon}_b + \bar{\varepsilon}_c + \bar{\varepsilon}_d \qquad (3)$$

avec

- $\boxed{\bar{\varepsilon}_b = 2\omega b \bar{p}_0}$ la déformation due uniquement au glissement *b* de la partie centrale de la mésofissure ; $\bar{p}_0 = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} -\sin 2\phi & \cos 2\phi \\ \cos 2\phi & \sin 2\phi \end{bmatrix}$

- $\boxed{\bar{\varepsilon}_d = 2\omega d \bar{p}_1}$ la déformation due uniquement à l'ouverture *d* de la partie centrale de la mésofissure ; $\bar{p}_1 = \begin{bmatrix} \cos^2\phi & \frac{\sin 2\phi}{2} \\ \frac{\sin 2\phi}{2} & \sin^2\phi \end{bmatrix}$

- $\boxed{\bar{\varepsilon}_c = \omega l\left(b\bar{q}_0 + d\bar{q}_1\right)}$ la déformation qui résulte du branchement correspondant à l'état d'activation initiale (*b* et *d*) des mésofissures ; $\begin{cases} \bar{q}_0 = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} -2\sin\phi\cos(\theta+\phi) & \cos(\theta+2\phi) \\ \cos(\theta+2\phi) & 2\cos\phi\sin(\theta+\phi) \end{bmatrix} \\ \bar{q}_1 = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 2\cos\phi\cos(\theta+\phi) & \sin(\theta+2\phi) \\ \sin(\theta+2\phi) & 2\sin\phi\sin(\theta+\phi) \end{bmatrix} \end{cases}$

- $\boxed{\bar{\varepsilon}_a = \omega\frac{1-\nu^2}{4E}\pi l^2\left[4(\bar{\sigma}:\bar{\alpha})\bar{\alpha} + \left(\bar{\sigma}:\bar{\beta}\right)\bar{\beta}\right]}$ la déformation due à la modification des vecteurs discontinuités de déplacements par l'application du champ de contraintes $\bar{\sigma}$.

$$\text{où } \bar{\alpha} = \begin{bmatrix} \cos^2(\theta+\phi) & \frac{\sin 2(\theta+\phi)}{2} \\ \frac{\sin 2(\theta+\phi)}{2} & \sin^2(\theta+\phi) \end{bmatrix} \text{ et } \bar{\beta} = \frac{\partial\bar{\alpha}}{\partial\theta} = \begin{bmatrix} -\sin 2(\theta+\phi) & \cos 2(\theta+\phi) \\ \cos 2(\theta+\phi) & \sin 2(\theta+\phi) \end{bmatrix}$$

Cette expression de $\bar{\varepsilon}_a$ est obtenue en approximant la fissure branchée par la fissure équivalente de la figure 4c sur laquelle est appliquée la force motrice *F* résultant du frottement sur la partie centrale.

Enfin, la déformation moyenne est évaluée en supposant une distribution aléatoire de l'orientation des mésofissures initiales : $\bar{\varepsilon} = \frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \bar{\varepsilon}(\phi)d\phi$.

3.3 Formulation incrémentale du modèle

Du fait de la dépendance de la réponse des matériaux fragiles vis-à-vis du chemin de sollicitations, il s'avère nécessaire d'établir une écriture incrémentale de la loi de comportement sous la forme $\dot{\bar{\varepsilon}} = \overline{\overline{D}}:\dot{\bar{\sigma}}$. Ceci revient en pratique à décrire l'évolution des paramètres cinématiques des mésofissures ($\dot{l}$, $\dot{\theta}$ et $\dot{b}$) avec l'incrément de contraintes $\dot{\bar{\sigma}}$, d est relié à b par une relation empirique. Cette description est réalisée à l'aide de 3 tenseurs d'ordre 2 $\overline{A}$, $\overline{B}$ et $\overline{C}$ tels que $\dot{l} = \overline{A}:\dot{\bar{\sigma}}$, $\dot{\theta} = \overline{B}:\dot{\bar{\sigma}}$ et $\dot{b} = \overline{C}:\dot{\bar{\sigma}}$. Les expressions de ces tenseurs pour les différentes possibilités de chargement sont fournies dans Nemat-Nasser et Obata (1988). La matrice tangente $\overline{\overline{D}}$ s'écrit de façon générale :

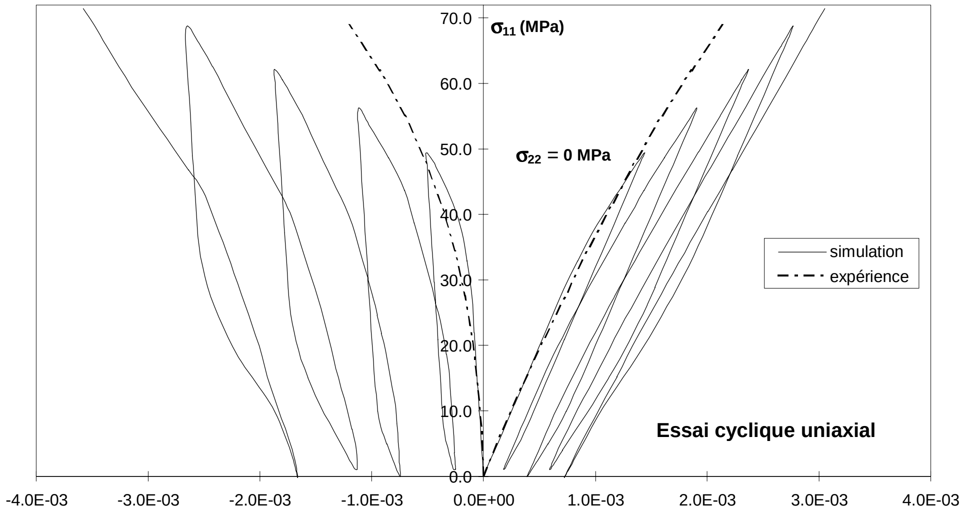
$$\begin{aligned}\overline{\overline{D}} = {} & \overline{\overline{S}}^{\,0} + \omega\left\{b\bar{q}_0 + d\bar{q}_1 + \frac{1-\nu^2}{2E}\pi l\left[4(\bar{\sigma}:\bar{\alpha})\bar{\alpha} + \left(\bar{\sigma}:\bar{\beta}\right)\bar{\beta}\right]\right\}\otimes\overline{A} \\ & + \omega\left\{bl\bar{r}_0 + dl\bar{r}_1 + \frac{1-\nu^2}{4E}\pi l^2\left[4\left(\bar{\sigma}:\bar{\beta}\right)\bar{\alpha} + 4(\bar{\sigma}:\bar{\alpha})\bar{\beta} + \left(\bar{\sigma}:\bar{\gamma}\right)\bar{\beta} + \left(\bar{\sigma}:\bar{\beta}\right)\bar{\gamma}\right]\right\}\otimes\overline{B} \\ & + \omega\left\{2\bar{p}_0 + l\bar{q}_0 + \xi\left(2\bar{p}_1 + l\bar{q}_1\right)\right\}\otimes\overline{C} + \omega\frac{1-\nu^2}{4E}\pi l^2\left[4\bar{\alpha}\otimes\bar{\alpha} + \bar{\beta}\otimes\bar{\beta}\right]\end{aligned} \tag{4}$$

$$\text{avec}\ \begin{cases}\bar{\gamma} = \dfrac{\partial\bar{\beta}}{\partial\theta} = \dfrac{\partial^2\bar{\alpha}}{\partial\theta^2} = -2\begin{bmatrix}\cos 2(\theta+\phi) & \sin 2(\theta+\phi) \\ \sin 2(\theta+\phi) & -\cos 2(\theta+\phi)\end{bmatrix} \\ \bar{r}_0 = \dfrac{\partial\bar{q}_0}{\partial\theta} = \dfrac{1}{2}\begin{bmatrix}2\sin\phi\sin(\theta+\phi) & -\sin(\theta+2\phi) \\ -\sin(\theta+2\phi) & 2\cos\phi\cos(\theta+\phi)\end{bmatrix} \\ \bar{r}_1 = \dfrac{\partial\bar{q}_1}{\partial\theta} = \dfrac{1}{2}\begin{bmatrix}-2\cos\phi\sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+2\phi) \\ \cos(\theta+2\phi) & 2\sin\phi\cos(\theta+\phi)\end{bmatrix}\end{cases}$$

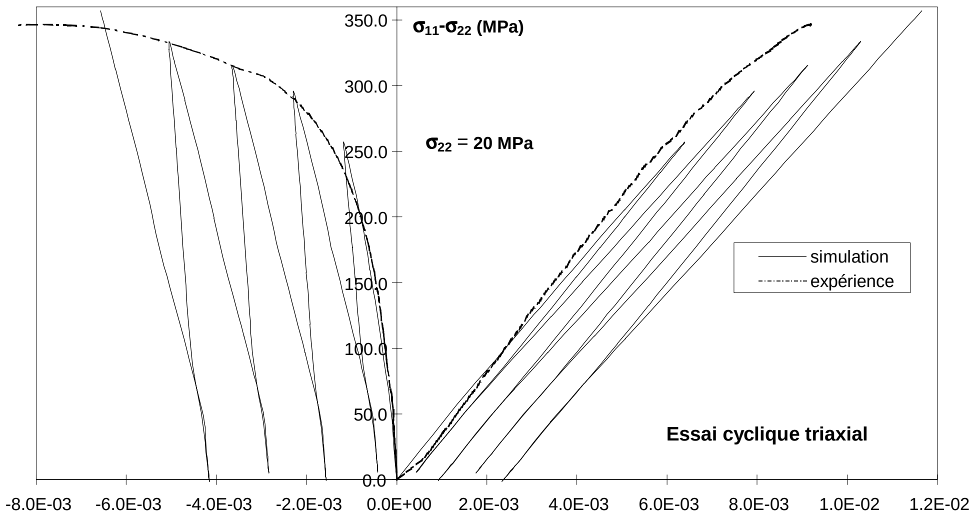
4 Résultats obtenus à l'aide du modèle

Dans sa version de base, le modèle comporte essentiellement 7 paramètres physiques. Ce sont les 2 coefficients élastiques E, et ν, le coefficient de frottement μ, la cohésion sur les lèvres des mésofissures τ_c^0, la ténacité K_I^c, et 2 paramètres mésostructuraux. Les paramètres physiques caractérisant la mésostructure sont l'ouverture initiale moyenne d_0 des mésofissures, et la densité initiale ω. Soulignons que les différentes dimensions géométriques associées aux mésofissures sont normalisées par rapport à a. Dans les simulations qui suivent, la distribution des mésofissures (en orientation) est prise aléatoire. A l'exception des paramètres élastiques E et ν très sensibles à la pression de confinement, les valeurs moyennes des paramètres considérés sont : $\tau_c^0 = 21\text{MPa}$, $\dfrac{K_c}{\tau_c^0\sqrt{a}} = 0.6$, $d_0 = 0.05$, $\omega = 0.2$, $\mu = 0.6$.

Afin d'évaluer les performances du modèle, nous avons étudié la réponse en compression biaxiale du grès. Malgré l'approximation plane, on peut qualitativement comparer les résultats issus de la modélisation aux donnes expérimentales. En effet, on constate que la modélisation reproduit bien les traits essentiels de la déformation fragile (voir figures 5) : fortes non-linéarités des réponses, anisotropie induite, boucles d'hystérésis. L'importance de la non linéarité de la déformation latérale conduit à une déformation volumique dilatante. L'examen détaillé des résultats montre que c'est l'ouverture de la partie branchée des mésofissures qui est à l'origine de cette dilatance. Nous montrons à titre d'exemple sur les figures 6 et 7 des résultats correspondant à la compression uniaxiale : allure de branchement à la fin du chargement pour des mésofissures de différentes orientations (figure 6), variation de l'ouverture moyenne des mésofissures au cours d'un cycle de chargement-déchargement (figure 7). Sur cette dernière figure, on observe que l'ouverture moyenne (rapportée à la taille initiale des mésofissures) démarre à partir de 30 MPa et croît de façon importante avec le chargement. Dans la première phase de déchargement l'ouverture garde une valeur quasi constante et décroît à partir de 20 MPa. On doit noter une valeur résiduelle importante à la fin du déchargement. Ceci est probablement à l'origine de l'importance des déformations transversales résiduelles obtenues après le déchargement complet (figure 5a).



a) essai de compression uniaxiale cyclique



b) essai triaxial cyclique à 20 MPa

Figures 5 : Résultats pour la compression avec cycles de chargement-déchargement

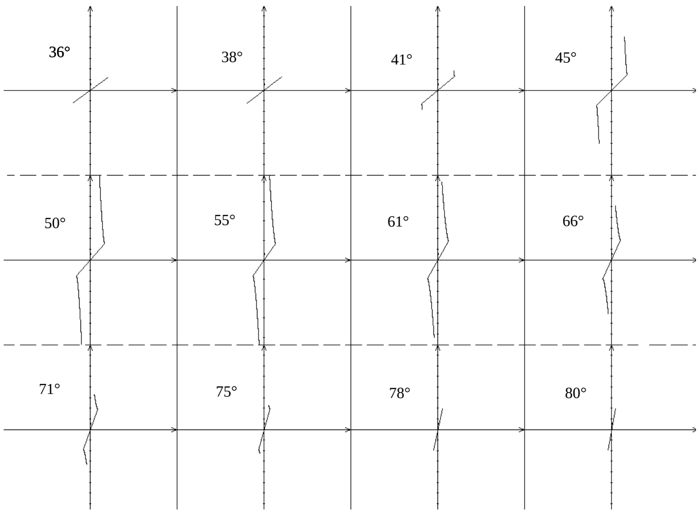


Figure 6 : allure du branchement pour l'essai uniaxial à une contrainte proche de la rupture

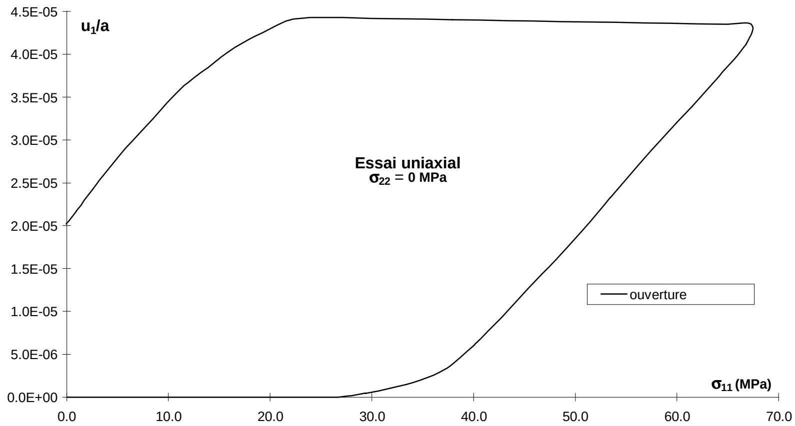


Figure 7 : Ouverture moyenne des branches pour l'essai uniaxial

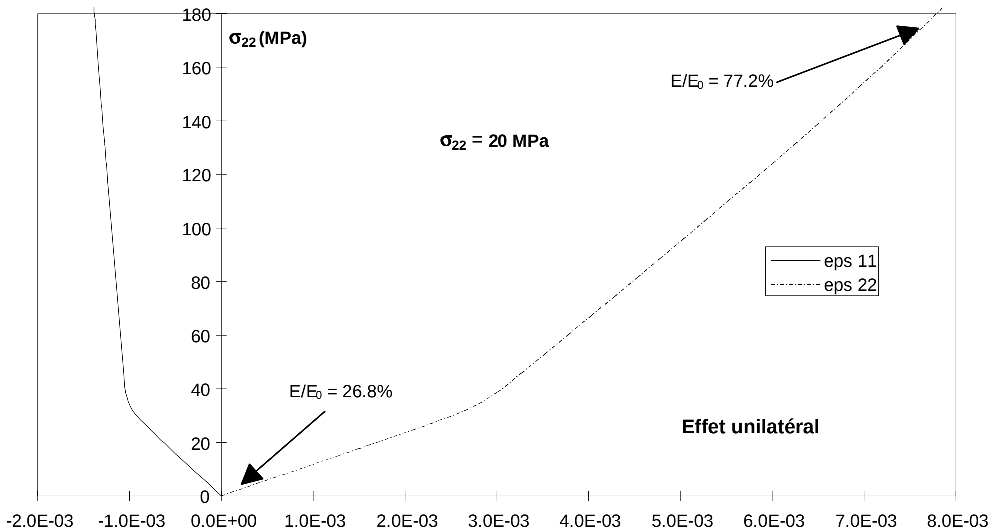


Figure 8 : essai de chargement latéral :
courbe de variation des déformations en fonction de la pression

Essai de chargement latéral :

Ce test numérique consiste à réaliser une montée en pression latérale après un endommagement en compression biaxiale. Il a pour but de mettre en évidence les capacités du modèle à décrire les effets unilatéraux liés à la refermeture des mésosurfaces préalablement créées. Sur la figure 8 est présenté un exemple de chargement latéral après un endommagement sous compression triaxiale (déviateur préalablement atteint de l'ordre de 240 MPa). La simulation montre qu'à partir d'une pression de chargement latérale de 40 MPa, on obtient une restauration partielle de module d'environ 80% de sa valeur initiale. Dans certains cas, cette restauration peut atteindre 90 %.

5 Conclusions générales :

Les résultats obtenus confirment les potentialités de la modélisation à l'échelle mésoscopique. Le modèle mis en œuvre reproduit bien les aspects essentiels du comportement mécanique des matériaux fragiles endommageables. De plus, les simulations numériques donnent de précieuses indications sur l'importance des mécanismes mésostructuraux d'endommagement. En particulier, nous avons observé que sous sollicitations de compression : le branchement des mésofissures joue un rôle important dans l'anisotropie de la dégradation ainsi que dans l'apparition de la dilatance. Les premières simulations sur des chemins de refermeture de mésofissures sont encourageantes et devront être poursuivies afin de confirmer la pertinence du modèle.

Références bibliographiques :

S. ANDRIEUX (1983) : Un modèle de matériau microfissuré – Application aux roches et aux bétons. Thèse de doctorat ENPC.

Z. T. BIENAWSKI (1967) : Mechanism of brittle fracture of rock. Part I Theory of the fracture progress - Part II Experimental study - Part III : Fracture in tension and under long term loading. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, vol. 4, pp. 395-430.

J.L. CHABOCHE (1992), Damage induced anisotropy : on difficulties associated with the active/passive unilateral condition. *Int. J. of Damage Mechanics*, Vol. 1(2), pp. 148-171.

D. HALM, A. DRAGON (1996), A model of anisotropic damage by mesocrack growth ; unilateral effect, *Int. J. of Damage Mechanics*, Vol. 5, pp. 384-402.

H. HORII & S. NEMAT-NASSER (1986) : Brittle failure in compression : splitting, faulting and brittle-ductile transitione. *Philos. Trans. R. Soc. (London)*, Series A, vol. 319, pp. 337-374.

H. HORII & S. NEMAT-NASSER (1983), Overall moduli of solids with microcracks load-induced anisotropy. *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 31, n° 2, pp. 155-171.

J. W. JU (1991), On two-dimensional self-consistent micromechanical damage models for brittle solids. *Int. J. Solids Structures*, Vol. 27, n° 2, pp. 227-258.

KACHANOV M.L. (1982), A microcrack model of rock inelasticity - Part II: Propagation of microcracks. *Mech. Mat.*,Vol. 1, pp.29-41.

M. KACHANOV (1993), Elastic solids with many cracks and related problems, *in J.W. Hutchinson & T. Y. Wu (eds), Advances in Applied Mechanics*, pp. 259-445, Academic Press.

M. F. KANNINEN & C. H. POPELAR (1985) : *Advanced fracture mechanics*. Oxford University Press, New York and Clarendon Press, Oxford.

R. KHAZRAEI, J.F. SHAO, (1996), Endommagement anisotrope des roches fragiles et comportement différé , in Des géomatériaux aux ouvrages : expérimentations et modélisations, pp. 259-281, eds. Petit et al., Hermes

D. KONDO (1996), Endommagement par mésofissuration et rupture fragile des roches. *Mémoire d'Habilitation à diriger des recherches*, Université des Sciences et Technologies de Lille. A paraître.

D. KRAJCINOVIC (1989), Damage Mechanics. *Mechanics of Materials*, vol. 8, pp. 117-197.

X. LEE & J. W. JU (1991) : Micromechanical damage models for brittle solids, part II : compressive loadings. *J. Eng. Mech*. vol. 117, pp. 1515-1536.

J. LEMAITRE (1990), A course on Damage Mechanics, *2nd edition Cambridge University Press*

L. R. MYER, J. M. KEMENY, Z. ZHENG, R. SUAREZ, R. T. EWY, N. G. W. COOK (1992) : Extensile cracking in porous rock under differential compressive stress, *Appl. Mech. Review*, vol. 45, n°8, pp. 263-280.

J. MAZARS, Y. BERTAUD, S. RAMTANI (1990), The unilateral behaviour of damage concrete, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 35, n° 4/5, pp. 629-635.

S. NEMAT-NASSER & M. HORI (1993), Micromechanics : overall properties of heterogeneous materials, North - Holland, Amsterdam.

J.F. SHAO, R. KHAZRAEI, D. KONDO (1995), Impact of microcracking in brittle rocks on wellbore stability analysis. Proc. 8th *Int. Congress of SIMR.*, Tokyo.

T. F. WONG (1982), Micromechanics of faulting in Westerly granite. *Int. J. Rock Mech.*, 19, pp. 49-62

Y. B. ZAITSEV (1983), Crack propagation in a composite material. *in F. H. Wittmann*, ed. *Fracture mechanics of concrete*, Elsevier, Amsterdam, the Netherlands, pp. 31-60.